

**Schulinterner Lehrplan  
des Joseph-Haydn-Gymnasiums Senden**

# **Mathematik**

# **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit</b>	<b>2</b>
<b>2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit</b>	<b>3</b>
<b>3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung</b>	<b>5</b>
<b>3.1 Sekundarstufe I</b>	<b>5</b>
3.1.1 Sonstige Leistungen im Unterricht	5
3.1.2 Schriftliche Arbeiten	8
<b>3.2 Sekundarstufe II</b>	<b>9</b>
3.2.1 Verbindliche Instrumente	9
3.2.2 Bewertung der „Sonstigen Leistungen“	10
3.2.3 Bewertung der schriftlichen Leistungen	11
3.2.4 Bewertung von Facharbeiten	13
<b>3.3 Leistungsrückmeldung an die Schülerinnen und Schüler und die Eltern</b>	<b>16</b>
<b>4 Schulinterne Lehrpläne</b>	<b>16</b>
<b>4.1 Unterrichtsvorhaben der Sekundarstufe I</b>	<b>16</b>
<b>4.2 Unterrichtsvorhaben der Sekundarstufe II</b>	<b>34</b>
4.2.1 Einführungsphase	34
4.2.2 Qualifikationsphase Grundkurs (Q1 und Q2)	45
4.2.3 Qualifikationsphase Leistungskurs (Q1 und Q2)	63
<b>4.3 Lehr- und Lernmittel in den einzelnen Jahrgangsstufen</b>	<b>87</b>
<b>5 Qualitätssicherung und Evaluation</b>	<b>88</b>

# 1 Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Joseph-Haydn Gymnasium Senden beschult neben Schülerinnen und Schülern aus dem Kerngebiet der Gemeinde auch solche aus den umliegenden Dörfern. Die Schule wird in der Regel dreizügig geführt. In seinem Gesamtkonzept ist unser Gymnasium dem Leitbild VERANTWORTUNG. LEBEN. LERNEN. verpflichtet.

Die Fachkonferenz Mathematik besteht aus 16 Kolleginnen und Kollegen, von denen 15 die Facultas für Mathematik besitzen.

Methodisch kann im Fach Mathematik auf die Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler zurückgegriffen werden, die gestützt durch das Methodencurriculum in der S I aufgebaut werden und die das eigenverantwortliche Lernen und Arbeiten weiterentwickeln helfen.

Die Unterrichtsstunden werden im 60-Minuten-Takt erteilt, was die Kombination von Wiederholung, Erarbeitung und Übung u.a. in kooperativen Lernformen begünstigt.

Die Fachschaft Mathematik legt besonderen Wert auf die Förderung der Freude an der Mathematik. Dies erfolgt einerseits durch zeitgemäße unterrichtliche Gestaltung, aber auch durch außerunterrichtliche Angebote wie die Matheolympiade, die Schülerakademie SAMMS oder den Känguru-Wettbewerb.

Das Fach Mathematik setzt das Leistungskonzept der Schule um.

## 2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 14 auf fächerübergreifende Aspekte die Grundsätze 15 bis 24 sind fachspezifisch angelegt.

### Überfachliche Grundsätze

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
3. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
4. Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
5. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
6. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
7. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
8. Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
9. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Einzel-, Partner- bzw. Gruppenarbeit sowie Arbeit in kooperativen Lernformen.
10. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
11. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
12. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
13. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
14. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

### Fachliche Grundsätze

15. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
16. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.
17. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
18. Die Einstiege in neue Themen erfolgen möglichst mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
19. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
20. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.

21. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
22. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
23. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
24. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

### 3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Sowohl die Schaffung von Transparenz bei Bewertungen als auch die Vergleichbarkeit von Leistungen sind das Ziel, innerhalb der gegebenen Freiräume Vereinbarungen zu Bewertungskriterien und deren Gewichtung zu treffen.

Deshalb legt die Fachkonferenz allgemeine Kriterien fest, die sowohl für die schriftlichen als auch für die sonstigen Formen der Leistungsüberprüfung gelten.

Die Bewertungskriterien für die mündlichen und schriftlichen Leistungen- müssen den Schülerinnen und Schülern transparent und klar sein und werden zu Beginn eines Schuljahres (Sek. stufe I), zu Beginn eines Kurshalbjahres (Sek. stufe II)<sup>1</sup> den Schülerinnen und Schülern mitgeteilt. Die Mitteilung ist im Klassenbuch/ Kursheft zu vermerken.

#### 3.1 Sekundarstufe I

Bewertungsbereiche für Schülerleistungen sind „Schriftliche Arbeiten“ und „Sonstige Leistungen im Unterricht“.

##### 3.1.1 Sonstige Leistungen im Unterricht

Bei der Bewertung der „Sonstigen Leistungen“ sind die überfachlichen Kriterien „Quantität der Mitarbeit“, „Qualität der Mitarbeit“, „Kommunikation“, „individuelle Arbeitsorganisation“, „kooperative Arbeitsorganisation“ sowie die sich im Unterrichtsverlauf zeigende Vor- und Nacharbeit von Unterrichtsinhalten (Soleikonzept<sup>2</sup>) zu berücksichtigen. Das als Kompetenzraster erstellte Soleikonzept sollte als Selbsteinschätzung und / oder Fremdeinschätzung punktuell eingesetzt werden.

Die Fachkonferenz Mathematik hat folgende Grundsätze für die Berücksichtigung des Soleikonzepts verabschiedet<sup>3</sup>:

- Die Gewichtung der Kriterien soll situations- und jahrgangsabhängig sein, um individuell Leistungsfortschritte zu berücksichtigen.
- Im Kriterium Kommunikation müssen die formal-korrekte Darstellung und korrekte Fachsprache berücksichtigt werden.
- In das Kriterium „Arbeitsorganisation individuell“ soll die ordentliche Führung von Arbeitsmaterialien einfließen. Das Vorhandensein von Arbeitsmaterialien alleine reicht nicht aus.
- Eine rein arithmetische Berechnung der Gewichtung der Kriterien ist im Fach Mathematik nicht anwendbar.

Darüber hinaus achtet die Fachschaft Mathematik in besonderem Maße darauf, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden. Daher erfolgt die Bewertung der sonstigen Mitarbeit nicht defizitorientiert oder ausschließlich auf fachlich rich-

---

<sup>1</sup> APO-GOST §13(3)

<sup>2</sup> Soleikonzept der Schule vom 24.02.2011

<sup>3</sup> FK-Beschluss vom 06.04.2011

tige Beiträge ausgerichtet. Vielmehr bezieht sie Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung ein.

Zu den mündlichen Unterrichtsbeiträgen im Fach Mathematik gehören insbesondere Formen von Lösungsvorschlägen, das Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen, Plausibilitätsbetrachtungen oder das Bewerten von Ergebnissen. Hierbei geht es nicht nur darum, „richtige Antworten“ zu geben, sondern auch um das Stellen von Fragen nach Nichtverstandenen und Unklarem sowie um Fragen, die den Unterricht weiterbringen und durch wichtige ergänzende Aspekte vertiefen. Insofern hat die Qualität der Schülerbeiträge eine höhere Gewichtung als die Quantität.

In kooperativen Arbeitsformen werden Leistungen im Rahmen von Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit anhand der Indikatoren Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit bewertet.

Zu den „sonstigen Leistungen“ gehören auch „schriftliche Lernzielkontrollen“. Hier sind die Form einer „schriftlichen Übung“ und die „kurze schriftliche Hausaufgabenkontrolle“ zu unterscheiden. Sollte sich eine Lehrkraft für eine schriftliche Übung entscheiden, sollte die Bearbeitungsdauer nicht länger als 25 Minuten dauern. Der Stellenwert einer „schriftlichen Übung“ ist vergleichbar mit einem längeren Beitrag zum Unterrichtsgespräch. Die „schriftliche Übung“ darf nicht an Tagen mit Klassenarbeiten oder mündlichen Kommunikationsprüfungen stattfinden.

Die „schriftliche Hausaufgabenkontrolle“ ist klar von einer „schriftlichen Übung“ zu unterscheiden. Dabei gilt, dass sie beliebig oft möglich ist. Die Aufgabenstellung beschränkt sich auf die Hausaufgaben der letzten Unterrichtsstunde. Sie muss nicht angekündigt werden. Sie darf auch erfolgen, wenn am gleichen Tag eine Klassenarbeit oder Klausur oder eine schriftliche Übung durchgeführt wird.

#### Lernstandsergebnisse in der 8. Klasse

Die Ergebnisse der Lernstandserhebungen werden bei der Festlegung der Zeugnisnote angemessen berücksichtigt<sup>4</sup>. Sie werden jedoch nicht als Klassenarbeit gewertet und nicht benotet.<sup>5</sup> Eine angemessene Berücksichtigung bedeutet, dass bei der Entscheidung zwischen zwei Notenstufen im Rahmen der festzulegenden Zeugnisnote besonders positive Lernstandsergebnisse positiv zu berücksichtigen sind.

Ansonsten sind die Lernstandserhebungen von den Fachkolleginnen und Fachkollegen sowie der Fachschaft als Diagnoseinstrument zu nutzen.

#### Hausaufgaben im Rahmen der sonstigen Leistungen

Die Fachschaft Mathematik berücksichtigt das schulinterne Hausaufgabenkonzept<sup>6</sup>.

Hausaufgaben sind ein wesentlicher Baustein im schulischen Lernen, um Erarbeitetes einzuprägen, einzuüben und anzuwenden. Aus diesem Grund wird insbesondere die Regelmäßigkeit, Vollständigkeit und Qualität (z.B. beim Vortrag) der Hausaufgaben berücksichtigt und gewürdigt. Dabei geht es einerseits um Sauberkeit und äußere Form andererseits, aber auch um das Bemühen Aufgaben zu bearbeiten, auch wenn sie zu keinem richtigen Ergebnis führen oder ein richtiger Lösungsweg nicht präsent ist. Ein aktives und intensives Bemühen um eine Lösung muss erkennbar werden. Hausaufgaben müssen selbständig bearbeitet werden.

---

<sup>4</sup> APO-SI §6(3)

<sup>5</sup> RdErl. „Zentrale Lernstandserhebungen“ vom 20.12.2006, Pkt. 1.3

<sup>6</sup> Hausaufgabenkonzept vom Juni 2012

Sind Aufgaben gemeinsam mit Mitschülern bearbeitet worden, so muss die Lösung auf Verlangen erläutert werden können. Abgeschriebene Hausaufgaben gelten als nicht gemacht. Des Weiteren berücksichtigen die Fachlehrkräfte beim individuellen Hausaufgabenumfang, ob die Schülerinnen und Schüler durch Referate, Vorbereitungen auf Klassenarbeiten und Prüfungen und anderen Aufgaben zusätzlich gefordert sind<sup>7</sup>. An Tagen mit außerunterrichtlichen Veranstaltungen am Nachmittag, an Wochenenden und Feiertagen dürfen keine Hausaufgaben gestellt werden<sup>8</sup>.

Hausaufgaben werden in der Sekundarstufe I regelmäßig überprüft, aber **nicht benotet**, sondern finden Anerkennung.

#### Diagnosebögen für die individuelle Förderung und die Zuweisung in die klassenübergreifenden Förderunterricht:

Die Zuweisung in den Förderunterricht in der Klasse 6 und 7 erfolgt auf Vorschlag des jeweiligen Fachlehrers. Der Fachlehrer füllt für die Fachlehrer in den Förderkursen den entsprechenden Diagnosebogen aus<sup>9</sup>.

Die vorliegenden Diagnosebögen für die Klassen 6 und 8 weisen noch keine prozessbezogenen Kompetenzen aus und sind in der Überarbeitung.

---

<sup>7</sup> vgl. RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung vom 05.05.2015, 4.1

<sup>8</sup> vgl. RdErl. d. Ministeriums für Schule und Weiterbildung vom 05.05.2015, 4.3

<sup>9</sup> FK-Beschluss vom 27.10.2010 + 12.10.2008

### 3.1.2 Schriftliche Arbeiten

Die Anzahl der Klassenarbeiten in den Jahrgangsstufen sind in der folgenden Tabelle dargestellt:

Klasse	Anzahl	Dauer in Minuten
5	6	45 min
6	6	45 min
7	6	60 min
8	5 (3+2)	60 min
9	4	60 min (4. Arbeit 90 min)

Die Note „ausreichend“ wird erteilt, wenn etwa 50% der Punkte erreicht sind, d.h. das die Note 4 mit 50% der Punkte bzw. auch mit 45% der erreichten Punkte, die Note 5 noch mit 25% der Punkte bzw. ggf. auch mit 22,5% der Punkte noch vergeben werden kann. Die anderen Notenstufen werden durch etwa äquidistante Abstufungen erreicht<sup>10</sup>.

Bezüglich der formalen Darstellung schriftlicher Leistungen im Fach Mathematik hat sich die Fachkonferenz auf folgende Darstellungen geeinigt<sup>11</sup>:

- In der Leistungsbewertung sollen Fehler und Ungenauigkeiten der formalen Darstellung in der Regel nicht berücksichtigt werden (Beispiel: Setzen von Äquivalenzzeichen  $\Leftrightarrow$ ).
- Die  $\pm$ -Schreibweise (z. B. bei der pq-Formel) darf benutzt werden.
- Bei Umformungen linearer Gleichungssysteme soll immer die Zahl der Zeilen erhalten bleiben, d.h. es soll keine verkürzte Darstellung verwendet werden.
- Es sind die Schreibweisen  $\arctan$  und  $\tan^{-1}$  möglich.
- Soll eine Rechnung ohne Einheiten durchgeführt werden, so ist diese als Nebenrechnung zu kennzeichnen oder das Ergebnis wird beispielsweise als  $\dots=12,5$  (in  $m^2$ ) notiert. Die Schreibweise  $\dots=12,5 [m^2]$  ist zu vermeiden, da sie bereits in der Physik anders belegt ist.
- Die leere Menge darf als  $\{ \}$  oder  $\emptyset$  notiert werden.
- Negative Zahlen sollen nur in der Anfangsphase als „negativ 9“ / „positiv 2“ gesprochen werden, danach als „minus 9“ / „plus 2“.

Klassenarbeiten können nach kurzer Wiederholung auch Aufgabenanteile von zurückliegenden inhaltlichen und prozessbezogenen Kompetenzen enthalten, um den spiralförmigen Aufbau durch stetige Wiederholungsanteile zu unterstützen und das Basiswissen sichern<sup>12</sup>.

<sup>10</sup> FK-Beschluss vom 12.06.2014

<sup>11</sup> FK-Beschluss vom 01.07.2010

<sup>12</sup> FK-Beschluss vom 23.10.2007

## 3.2 Sekundarstufe II

### *Verbindliche Absprachen für die Leistungsbewertung in der Oberstufe:*

- Klausuren können nach entsprechender Wiederholung im Unterricht auch Aufgabenteile enthalten, die Kompetenzen aus weiter zurückliegenden Unterrichtsvorhaben oder übergreifende prozessbezogene Kompetenzen erfordern.
- Mindestens eine Klausur je Schuljahr in der E-Phase sowie in Grund- und Leistungskursen der Q-Phase enthält einen „hilfsmittelfreien“ Teil.
- Alle Klausuren in der Q-Phase enthalten auch Aufgaben mit Anforderungen im Sinne des Anforderungsbereiches III (vgl. Kernlehrplan Kapitel 4).
- Für die Aufgabenstellung der Klausuraufgaben werden die Operatoren der Aufgaben des Zentralabiturs verwendet. Diese sind mit den Schülerinnen und Schülern zu besprechen.
- Die Korrektur und Bewertung der Klausuren erfolgt anhand eines kriterienorientierten Bewertungsbogens, den die Schülerinnen und Schüler als Rückmeldung erhalten.
- Schülerinnen und Schülern wird in allen Kursen Gelegenheit gegeben, mathematische Sachverhalte zusammenhängend (z. B. eine Hausaufgabe, einen fachlichen Zusammenhang, einen Überblick über Aspekte eines Inhaltsfeldes ...) selbstständig vorzutragen.
- Sofern schriftliche Übungen (20 Minuten als Kompetenzüberprüfung bezüglich des unmittelbar zurückliegenden Unterrichtsvorhabens) gestellt werden sollen, verständigen sich dazu die Fachlehrkräfte paralleler Kurse und verfahren in diesen gleichartig.

### 3.2.1 Verbindliche Instrumente

#### *Überprüfung der schriftlichen Leistung*

- **Einführungsphase:** Zwei Klausuren je Halbjahr, davon eine (in der Regel die vierte Klausur in der Einführungsphase) als landeseinheitlich zentral gestellte Klausur. Dauer der Klausuren: **90 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (1) und VV 14.1.)
- **Grundkurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: **110 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: **135 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.12)
- **Grundkurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen für Schülerinnen und Schüler, die Mathematik als 3. Abiturfach gewählt haben. Dauer der Klausur: **180 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 1:** Zwei Klausuren je Halbjahr. Dauer der Klausuren: **135 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.1:** Zwei Klausuren. Dauer der Klausuren: **180 Minuten** (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)
- **Leistungskurse Q-Phase Q 2.2:** Eine Klausur unter Abiturbedingungen (die Fachkonferenz hat beschlossen, die letzte Klausur vor den Abitürklausuren unter Abiturbedingungen bzgl. Dauer und inhaltlicher Gestaltung zu stellen). Dauer der Klausur: **255 Minuten**. (Vgl. APO-GOST B § 14 (2) und VV 14.2.)

**Facharbeit:** Gemäß Beschluss der Lehrerkonferenz wird die erste Klausur Q 1.2 für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die eine Facharbeit im Fach Mathematik schreiben, durch diese ersetzt. (Vgl. APO-GOST B § 14 (3) und VV 14.3.)

### 3.2.2 Bewertung der „Sonstigen Leistungen“

Die Bewertung der „Sonstigen Mitarbeit“ in der Oberstufe berücksichtigt ebenso wie in der Sekundarstufe I die überfachlichen Kriterien „Quantität und Qualität der Beiträge“, den Aspekt der „Kommunikation“ unter Verwendung der Fachsprache, die „individuelle und kooperative Arbeitsorganisation“ sowie die „Vor- und Nachbereitung des Unterrichts“<sup>13</sup>.

Auch in der Oberstufe ist in besonderem Maße darauf zu achten, dass die Schülerinnen und Schüler zu konstruktiven Beiträgen angeregt werden und dass Fragehaltungen, begründete Vermutungen, sichtbare Bemühungen um Verständnis und Ansatzfragmente mit in die Bewertung eingehen.

Die folgenden Indikatoren veranschaulichen und ergänzen aus fachlicher Sicht die Bewertungskriterien der „sonstigen Mitarbeit“:

- Beteiligung am Unterrichtsgespräch (Quantität und Kontinuität)
- Qualität der Beiträge (inhaltlich und methodisch)
- Eingehen auf Beiträge und Argumentationen von Mitschülerinnen und -schülern, Unterstützung von Mitlernenden
- Umgang mit neuen Problemen, Beteiligung bei der Suche nach neuen Lösungswegen
- Selbstständigkeit im Umgang mit der Arbeit
- Umgang mit Arbeitsaufträgen (Hausaufgaben, Unterrichtsaufgaben...)
- Anstrengungsbereitschaft und Konzentration auf die Arbeit
- Beteiligung während kooperativer Arbeitsphasen
- Darstellungsleistung bei Referaten oder Plakaten und beim Vortrag von Lösungswegen
- Ergebnisse schriftlicher Übungen
- Erstellen von Protokollen
- Anfertigen zusätzlicher Arbeiten, z. B. eigenständige Ausarbeitungen im Rahmen binendifferenzierender Maßnahmen, Erstellung von Computerprogrammen

Eine Gewichtung der Kriterien wird von der Fachkonferenz nicht vorgenommen und wird in die pädagogische und fachliche Verantwortung der Fachkollegin und des Fachkollegen gegeben. Zur Förderung der Selbst- und Fremdeinschätzung wird der punktuelle Einsatz des Kompetenzrasters (Soleikonzept)<sup>14</sup> empfohlen.

In der nachfolgenden Tabelle wird durch die Darstellung einer guten und ausreichenden Leistung in der „sonstigen Mitarbeit“ der Rahmen für die Vergleichbarkeit gesichert.

Bei der Bildung der Quartals- und Abschlussnote wird jeweils die Gesamtentwicklung der Schülerin bzw. des Schülers berücksichtigt, eine arithmetische Bildung aus punktuell erteilten Einzelnoten erfolgt nicht.

---

<sup>13</sup> Soleikonzept der Schule vom 24.02.2011

<sup>14</sup> Soleikonzept der Schule vom 24.02.2011

Leistungsaspekt	Anforderungen für eine	
	gute Leistung	ausreichende Leistung
	<i>Die Schülerin, der Schüler</i>	
Qualität der Unterrichtsbeiträge	nennt richtige Lösungen und begründet sie nachvollziehbar im Zusammenhang der Aufgabenstellung	nennt teilweise richtige Lösungen, in der Regel jedoch ohne nachvollziehbare Begründungen
	geht selbstständig auf andere Lösungen ein, findet Argumente und Begründungen für ihre/seine eigenen Beiträge	geht selten auf andere Lösungen ein, nennt Argumente, kann sie aber nicht begründen
	kann ihre/seine Ergebnisse auf unterschiedliche Art und mit unterschiedlichen Medien darstellen	kann ihre/seine Ergebnisse nur auf eine Art darstellen
Kontinuität/Quantität	beteiligt sich regelmäßig am Unterrichtsgespräch	nimmt eher selten am Unterrichtsgespräch teil
Selbstständigkeit	bringt sich von sich aus in den Unterricht ein	beteiligt sich gelegentlich eigenständig am Unterricht
	ist selbstständig ausdauernd bei der Sache und erledigt Aufgaben gründlich und zuverlässig	benötigt oft eine Aufforderung, um mit der Arbeit zu beginnen; arbeitet Rückstände nur teilweise auf
	strukturiert und erarbeitet neue Lerninhalte weitgehend selbstständig, stellt selbstständig Nachfragen	erarbeitet neue Lerninhalte mit umfangreicher Hilfestellung, fragt diese aber nur selten nach
	erarbeitet bereitgestellte Materialien selbstständig	erarbeitet bereitgestellte Materialien eher lückenhaft
Hausaufgaben	erledigt sorgfältig und vollständig die Hausaufgaben	erledigt die Hausaufgaben weitgehend vollständig, aber teilweise oberflächlich
	trägt Hausaufgaben mit nachvollziehbaren Erläuterungen vor	nennt die Ergebnisse, erläutert erst auf Nachfragen und oft unvollständig
Kooperation	bringt sich ergebnisorientiert in die Gruppen-/Partnerarbeit ein	bringt sich nur wenig in die Gruppen-/Partnerarbeit ein
	arbeitet kooperativ und respektiert die Beiträge Anderer	unterstützt die Gruppenarbeit nur wenig, stört aber nicht
Gebrauch der Fachsprache	wendet Fachbegriffe sachangemessen an und kann ihre Bedeutung erklären	versteht Fachbegriffe nicht immer, kann sie teilweise nicht sachangemessen anwenden
Werkzeuggebrauch	setzt Werkzeuge im Unterricht sicher bei der Bearbeitung von Aufgaben und zur Visualisierung von Ergebnissen ein	benötigt häufig Hilfe beim Einsatz von Werkzeugen zur Bearbeitung von Aufgaben
Präsentation/Referat	präsentiert vollständig, strukturiert und gut nachvollziehbar	präsentiert an mehreren Stellen eher oberflächlich, die Präsentation weist Verständnislücken auf
Schriftliche Übung	ca. 75% der erreichbaren Punkte	ca. 45% der erreichbaren Punkte

### 3.2.3 Bewertung der schriftlichen Leistungen

Die Bewertung der schriftlichen Leistungen in Klausuren erfolgt über ein Raster mit Hilfspunkten, die im Erwartungshorizont den einzelnen Kriterien zugeordnet sind. Dabei sind in der Qualifikationsphase alle Anforderungsbereiche zu berücksichtigen, wobei der Anforderungsbereich II den Schwerpunkt bildet.

Die Zuordnung der Hilfspunktsomme zu den Notenstufen orientiert sich in der Einführungsphase an der zentralen Klausur und in der Qualifikationsphase am Zuordnungsschema des

Zentralabiturs. Die Note ausreichend soll bei Erreichen von ca. 45% der Hilfspunkte erteilt werden. Von den genannten Zuordnungsschemata kann im Einzelfall begründet abgewichen werden, wenn sich z.B. besonders originelle Teillösungen nicht durch Hilfspunkte gemäß den Kriterien des Erwartungshorizontes abbilden lassen oder eine Abwertung wegen besonders schwacher Darstellung (APO-GOST §13 (2)) angemessen erscheint.

Für die zentral gestellten Klausuren in der Einführungsphase gelten durch das Schulministerium vorgegebene Bewertungsgrundlagen, die beispielweise 2014 und 2015 wie folgt gegeben wurden:

<b>Note</b>	<b>Erreichte Punktsumme:</b>
sehr gut	49 – 56
gut	41 – 48
befriedigend	33 - 40
ausreichend	24 – 32
mangelhaft	23 - 12
ungenügend	0 - 11

Für die Zuordnung der Notenstufen in der Qualifikationsphase ist die nachfolgende Tabelle zu verwenden:

<b>Note der Klausur</b>	<b>Punkte</b>	<b>Erreichte Prozentzahl (in %)</b>
<i>sehr gut plus</i>	15	100 - 95
<i>sehr gut</i>	14	94 – 90
<i>sehr gut minus</i>	13	89 – 85
<i>gut plus</i>	12	84 – 80
<i>gut</i>	11	79 – 75
<i>gut minus</i>	10	74 – 70
<i>befriedigend plus</i>	9	69 – 65
<i>befriedigend</i>	8	64 – 60
<i>befriedigend minus</i>	7	59 – 55
<i>ausreichend plus</i>	6	54 – 50
<i>ausreichend</i>	5	49 – 45
<i>ausreichend minus</i>	4	44 – 39
<i>mangelhaft plus</i>	3	38 – 33
<i>mangelhaft</i>	2	32 – 27
<i>mangelhaft minus</i>	1	26 – 20
<i>ungenügend</i>	0	19 – 0

Auch in den Klausuren des Fachs Mathematik wird die sprachliche Richtigkeit bewertet, was bis zu einer Absenkung von 2 Notenpunkten führen kann.

### 3.2.4 Bewertung von Facharbeiten

Der Fachlehrer korrigiert und bewertet die Facharbeit. Die Note wird in einem Gutachten begründet. Neben der eigentlichen Arbeit können Beobachtungen während der Anfertigung der Facharbeit und ein eventuell geführtes Lerntagebuch dazu beitragen, die Leistung richtig einzuschätzen und angemessen zu bewerten. Für die Beurteilung werden fachliche und überfachliche Gesichtspunkte berücksichtigt.

#### Fachliche Gesichtspunkte

Neben den üblichen, auch für Klausuren relevanten Aspekten wie z.B. Korrektheit von Formeln, Berechnungen, Diagrammen, Darstellungen, Fachsprache sind z. B. zu beachten:

- Übersichtlichkeit im Aufbau der Arbeit
- Themengerechte Gliederung/logische Struktur
- Schlüssigkeit der Gedankenführung
- Sinnvolle Gewichtung der einzelnen Aspekte
- Richtige Anwendung von Fachmethodik und Fachsprache
- Eigenständigkeit
- Gründlichkeit in der Materialsammlung
- Reichhaltigkeit der benutzten Quellen
- Kritischer Umgang mit Sekundärliteratur
- Kritische Betrachtung der Ergebnisse
- Selbstständigkeit im Umgang mit dem Thema/eigene Ideen und Fragestellungen
- Sinnvoller Einsatz von Medien (z.B. in Form von spezieller Software)

#### Überfachliche Gesichtspunkte sind z. B.:

- Äußerer Gesamteindruck
- Sprachliche Korrektheit (Rechtschreibung/Grammatik)
- Sprachlicher Ausdruck
- Formale Exaktheit (Zitate, Fußnoten, Inhalts- und Literaturverzeichnis)
- Objektivität der Darstellung, wissenschaftliche Distanz
- Spürbares Interesse an der Thematik

Zum Nachweis der Selbstständigkeit der Bearbeitung kann vom Fachlehrer eine Vorstellung der Arbeit in Form eines Referats/Kurzvortrags verlangt werden.

Die Gewichtung und die Auswahl der Kriterien für die Facharbeit in Mathematik ist dem verbindlichen nachfolgenden Bewertungsbogen zu entnehmen.

# Bewertungsraster der Facharbeit im Fach Mathematik

**Thema:** \_\_\_\_\_

**Name:** \_\_\_\_\_

<b>Kriterien</b>	<b>max. Punkte</b>	<b>erreichte Punkte</b>
<b>Formales</b>		
Die Arbeit ist vollständig (Umschlag, Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Seitennummerierung, Material, Anlagen, ...).		
Die äußeren Vorgaben werden eingehalten (Format, Schrift, Seitenspiegel, typographische Regeln).		
Inhalts-, Abbildungs- und Literaturverzeichnis sind vollständig, korrekt und sinnvoll aufgebaut.		
Die Regeln der deutschen Sprache werden eingehalten (Rechtschreibung, Zeichensetzung, Grammatik).		
Das Layout der Arbeit entspricht einer wissenschaftlichen Arbeit (incl. angemessener Zuhilfenahme einer Software zur Darstellung mathematischer Formeln).		
<b>Gesamtbewertung der Formalien</b>	<b>20</b>	
<b>Inhaltliche Darstellungsweise</b>		
Die Themenfindung wird aktiv gestaltet. Die Themenwahl wird hinterfragt und begründet.		
Die Arbeit ist themengerecht und logisch gegliedert.		
Wesentliche Aspekte des Themas werden erfasst, verständlich, schlüssig und fachlich korrekt dargestellt.		
Die einzelnen Aspekte werden sinnvoll gewichtet.		
Die Einleitung enthält eine Themenhinführung und -eingrenzung.		
Gewählte Schwerpunkte werden deutlich, in ihrer gesamten Tiefe herausgearbeitet.		
Die Abschnitte sind inhaltlich verknüpft, der zentrale Gedankengang wird transparent (roter Faden, Spannungsbogen, Leserführung).		
Aussagen werden diskutiert und/oder kritisch hinterfragt.		
Der Schluss enthält einen konstruktiv-kritischen Rückblick.		
Sonstiges:		
<b>Gesamtbewertung inhaltliche Darstellungsweise</b>	<b>60</b>	
<b>Wissenschaftliche Arbeitsweise</b>		
Der Arbeit liegt eine gründliche Recherche zugrunde.		
Die Quellen sind von hoher Qualität und Zuverlässigkeit.		
Werkzeuge (Tabellenkalkulation, Modellierungssoftware, Taschenrechner, ...) werden gewinnbringend eingesetzt.		
Zitate und Abbildungen werden sinnvoll in den Text eingebunden und eindeutig kenntlich gemacht.		
Fußnoten werden angemessen gesetzt und verwendet.		
Bemühen um Sachlichkeit, Fachsprache, Fachsymbolik und wissenschaftliche Distanz wird deutlich.		
<b>Gesamtbewertung der wissenschaftlichen Arbeitsweise</b>	<b>20</b>	
<b>Gesamtpunkte:</b>	<b>100</b>	

**Ergänzungen / Bemerkungen:**

---

---

---

---

---

---

---

<b>Noten</b>	<b>Punkte</b>	<b>erreichte Punktzahl</b>
sehr gut plus	15	100-95
sehr gut	14	94-90
sehr gut minus	13	89-85
gut plus	12	84-80
gut	11	79-75
gut minus	10	74-70
befriedigend plus	9	69-65
befriedigend	8	64-60
befriedigend minus	7	59-55
ausreichend plus	6	54-50
ausreichend	5	49-45
ausreichend minus	4	44-39
mangelhaft plus	3	38-33
mangelhaft	2	32-27
mangelhaft minus	1	29-20
ungenügend	0	19-0

**Gesamtbewertung / Note:**

---

Datum und Unterschrift:

***Anmerkung zur Punktvergabe und Gewichtung***

Die Gewichtung der einzelnen Unterpunkte hängt vom Thema und der Art der Arbeit ab. Beispielsweise sollen bei hohem Arbeits- und Zeitaufwand für eine praktische Arbeit, die entsprechenden praktischen Anteile stärker gewichtet werden. Einige Unterpunkte können für die Arbeit keine bzw. eine untergeordnete Rolle spielen (z. B. der Einsatz von Werkzeugen) und werden dann gar nicht oder nur gering bepunktet.

### **3.3 Leistungsrückmeldung an die Schülerinnen und Schüler und die Eltern**

Die Leistungsbewertung soll über den Stand des Lernprozesses der Schülerin oder des Schülers Aufschluss geben; sie soll auch Grundlage für die weitere Förderung der Schülerin oder des Schülers sein“ (§ 48SchulG).

Für die Schülerinnen und Schüler sollen die Rückmeldungen zu den erreichten Lernständen eine Hilfe für das weitere Lernen darstellen.

In der Oberstufe ist die Fachlehrerin bzw. der Fachlehrer zu Beginn eines Kurses verpflichtet, die Schülerinnen und Schüler über Art und Anzahl der Klausuren und über die Kriterien der „Sonstigen Mitarbeit“ zu informieren und dies im Kursheft zu dokumentieren. Etwa zur Mitte des Kurshalbjahres (Quartalsende) unterrichtet die Fachlehrerin bzw. der Fachlehrer die Schülerinnen und Schüler über den bisher erreichten Leistungsstand.<sup>15</sup> Die Bekanntgabe wird im Klassenbuch/Kursheft vermerkt.

#### Intervalle

Die Rückmeldungen erfolgen mindestens einmal pro Quartal, in der Regel gegen Ende des Quartals. Zu umfangreicheren Arbeiten im Bereich der Sonstigen Mitarbeit (z.B. Referate, Präsentationen) erfolgt eine zeitnahe Leistungsrückmeldung.

#### Formen

Bei Klassenarbeiten sind mündliche oder schriftliche Hinweise Ergänzungen zur individuellen Weiterarbeit (Stärken und Übungsfelder) und dienen somit als Grundlage für die individuelle Lernberatung. Bei Klausuren in der Oberstufe ergänzt das schriftliche Bewertungsraster die individuelle Lernberatung.

In Bezug auf die „Sonstigen Leistungen“ erfolgt eine Leistungsrückmeldung in einem kurzen individuellen Gespräch, in dem Stärken und Schwächen aufgezeigt werden oder auch durch den Einsatz des „Soleikonzepts“ als Selbsteinschätzungsbogen.

#### Beratung

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit zur Lernberatung an den Eltern- und Schülersprechtagen sowie in den Sprechstunden der Fachlehrer/innen.

Bei Bedarf und bei Versetzungsgefährdung bietet die Lehrkraft dem Schüler bzw. der Schülerin (sowie den Erziehungsberechtigten) spezielle Beratungstermine an. Zentrale Inhalte der Beratungsgespräche werden ggf. dokumentiert.

## **4 Schulinterne Lehrpläne**

### **4.1 Unterrichtsvorhaben der Sekundarstufe I**

---

<sup>15</sup> APO-GOST. Vom 01.06.2015 § 13 (3)

	Inhaltsbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel I Natürliche Zahlen</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Zählen und darstellen</li> <li>Große Zahlen</li> <li>Rechnen mit natürlichen Zahlen</li> <li>Größen messen und schätzen</li> <li>Mit Größen rechnen</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Stochastik</b></p> <p><i>Erheben</i> Daten erheben, in Ur- und Strichlisten zusammenfassen</p> <p><i>Darstellen</i> Häufigkeitstabellen und Säulendiagramme erstellen</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> ganze Zahlen auf verschiedene Weise darstellen, (große Zahlen, Potenzschreibweise, Zifferndarstellung, Stellenwerttafel, Wortform)</p> <p>sinnvolle und einfache Umwandlung von Größen</p> <p><i>Ordnen</i> Zahlen ordnen und vergleichen, natürliche Zahlen runden</p> <p><i>Anwenden</i> schriftliches Rechnen</p> <p><i>Operieren</i> Schätzen</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Lesen</i> Informationen aus Text, Bild, Tabelle</p> <p><i>Verbalisieren</i> mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Mathematisieren</i> Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Figuren, Diagramme)</p> <p><i>Validieren</i> am Modell gewonnene Lösungen an der Realsituation überprüfen</p>	<p><b>zur Vernetzung</b></p> <p>Diagnose und Anknüpfung an die vorhandenen Kompetenzen aus der Grundschule</p> <p><b>zur Entlastung</b></p> <p>Einsatz geeigneter Hilfsmittel in Unterricht und Klassenarbeit (Stellenwerttafel)</p> <p><b>Hinweis</b></p> <p>römische Zahlen in Klasse 6 (fächerverbindendes Projekt)</p>
<p><b>Kapitel II Symmetrie</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Achsensymmetrische Figuren</li> <li>Orthogonale und parallele Geraden</li> <li>Figuren</li> <li>Koordinatensysteme</li> <li>Punktsymmetrische Figuren</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Geometrie</b></p> <p><i>Erfassen</i> Grundbegriffe zur Beschreibung ebener Figuren verwenden: Punkt, Gerade, Strecke, Abstand, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, punktsymmetrisch</p> <p>Grundfiguren (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Dreieck) benennen, charakterisieren und in ihrer Umwelt identifizieren</p> <p><i>Konstruieren</i> grundlegende ebene Figuren zeichnen: parallele und senkrechte Geraden, Winkel, Rechtecke, Quadrate, Kreise, auch Muster; auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant)</p> <p>einfache ebene Figuren zeichnerisch spiegeln</p>	<p><b>Werkzeuge</b></p> <p><i>Konstruieren</i> Lineal und Geodreieck zum Messen und genauen Zeichnen nutzen</p>	<p><b>zur Vernetzung</b></p> <p>Diagnose und Anknüpfung an die vorhandenen Kompetenzen aus der Grundschule</p> <p><b>zur Entlastung</b></p> <p>Schwerpunkt auf das Zeichnen von Vierecken auf kariertem Papier</p>

	Inhaltsbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel III Rechnen</b></p> <p>1 Rechenausdrücke 2 Rechengesetze und Rechenvorteile I 3 Rechengesetze und Rechenvorteile II 4 Schriftliches Addieren 5 Schriftliches Subtrahieren 6 Schriftliches Multiplizieren 7 Schriftliches Dividieren 8 Bruchteile von Größen 9 Anwendungen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darstellen</p> <p><i>Operieren</i> Grundrechenarten für natürliche Zahlen ausführen</p> <p><i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile nutzen; Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Mathematisieren</i> Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme)</p> <p><i>Validieren</i> am Modell gewonnene Lösungen an der Realsituation überprüfen</p>	<p><b>zur Vernetzung</b></p> <p>Diagnose und Anknüpfung an die vorhandenen Kompetenzen aus der Grundschule</p> <p><b>zur Entlastung</b></p> <p>schriftliche Subtraktion mit maximal zwei Subtrahenden, schriftliche Division mit vorwiegend zweistelligen Divisoren</p>
<p><b>Kapitel IV Flächen</b></p> <p>1 Welche Fläche ist größer? 2 Flächeneinheiten 3 Flächeninhalt eines Rechtecks 4 Flächeninhalte veranschaulichen 5 Flächeninhalt eines Parallelogramms und eines Dreiecks 6 Umfang einer Fläche</p> <p><b>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</b> Flächeninhalte zusammengesetzter Flächen ermitteln</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Geometrie</b></p> <p><i>Erfassen</i> Grundfiguren (Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Dreieck) benennen, charakterisieren und in ihrer Umwelt identifizieren</p> <p><i>Konstruieren</i> grundlegende ebene Figuren zeichnen; auch im ebenen Koordinatensystem (1. Quadrant)</p> <p><i>Messen</i> Umfänge von Vielecken, Flächeninhalte von Rechteck, Parallelogramm und Dreieck schätzen und bestimmen</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darstellen</p> <p><i>Operieren</i> Grundrechenarten mit ganzen Zahlen ausführen</p> <p><i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Lesen</i> Informationen aus Text, Bild, Tabelle mit eigenen Worten wiedergeben</p> <p><i>Verbalisieren</i> mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern</p> <p><i>Begründen</i> verschiedene Arten des Begründens intuitiv nutzen: Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen</p>	<p><b>zur Entlastung</b></p> <p>vorwiegend Flächeninhalt von Rechteck, Quadrat und Parallelogramm; nur einfache Umwandlung von Größen</p>

	Inhaltsbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel V Körper</b></p> <p>1 Körper und Netze 2 Quader 3 Schrägbilder 4 Messen von Rauminhalten 5 Rauminhalt von Quadern</p> <p><b>Zeitraum: ca. 5 Wochen</b></p>	<p><b>Geometrie</b></p> <p><i>Erfassen</i> Grundbegriffe zur Beschreibung räumlicher Figuren verwenden: Punkt, Gerade, Strecke, parallel, senkrecht, achsensymmetrisch, punktsymmetrisch</p> <p>Grundkörper benennen, charakterisieren und in der Umwelt identifizieren: Quader, Würfel, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kugel, Kegel</p> <p><i>Konstruieren</i> Schrägbilder skizzieren, Netze von Würfeln und Quadern entwerfen, Körper herstellen</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darstellen</p> <p><i>Operieren</i> Grundrechenarten mit natürlichen Zahlen ausführen</p> <p><i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile nutzen; Techniken des Überschlagens/Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Werkzeuge</b></p> <p><i>Konstruieren</i> Lineal, Geodreieck zum Messen und genauen Zeichnen nutzen</p> <p><i>optional:</i> <i>Erkunden</i> Einsatz des Mathematikoffers Geometrie</p>	<p><b>zur Entlastung</b></p> <p>keine Schrägbilder und Netze von zusammengesetzten Körpern</p> <p><i>optional:</i> <b>Wiederholen – Vertiefen – Vernetzen</b> Anwendungsbeispiel: Packsets der Post (S. 172, Aufgabe 8)</p>

	Inhaltsbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte)	zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel VI Ganze Zahlen</b></p> <p>1 Negative Zahlen 2 Anordnung 3 Zunahme und Abnahme 4 Addieren und Subtrahieren einer positiven Zahl 5 Addieren und Subtrahieren einer negativen Zahl 6 Verbinden von Addition und Subtraktion 7 Multiplizieren von ganzen Zahlen 8 Dividieren von ganzen Zahlen 9 Verbindung der Rechenarten</p> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> ganze Zahlen auf verschiedene Weise darstellen (Zahlengerade)</p> <p><i>Ordnen</i> Größen in Sachsituationen mit geeigneten Einheiten darstellen Zahlen ordnen und vergleichen</p> <p><i>Operieren</i> Grundrechenarten mit ganzen Zahlen ausführen</p> <p><i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile nutzen und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Lesen</i> Informationen aus Text, Bild, Tabelle mit eigenen Worten wiedergeben</p> <p><i>Verbalisieren</i> mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern</p> <p><i>Kommunizieren</i> bei der Lösung von Problemen im Team über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen sprechen, Fehler finden, erklären und korrigieren</p> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Erkunden</i> inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und relevante Größen aus ihnen entnehmen</p> <p><i>Reflektieren</i> Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten</p>	<p><b>zur Vernetzung</b> Fach Physik (Temperatur)</p> <p><b>zur Entlastung</b> Einsatz geeigneter Hilfsmittel in Unterricht und Klassenarbeit (Zahlengerade)</p>

# Schulinterner Lehrplan Klasse 6

Lambacher Schweizer 6	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel I Rationale Zahlen</b></p> <p>1 Teilbarkeit (ggT, kgV)                      2 Brüche und Anteile                      3 Kürzen und Erweitern                      4 Ordnung in Brüche bringen                      5 Die drei Gesichter einer rationalen Zahl                      6 Dezimalschreibweise bei Größen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen bestimmen und daraus ggT und kgV ablesen und einfache Teilbarkeitsregeln (2,3,5,10) anwenden.                       Einfache Bruchteile auf verschiedene Weise darstellen: handelnd, zeichnerisch an verschiedenen Objekten, durch Zahlensymbole und als Punkt auf der Zahlengerade; sie als Größen, Verhältnisse deuten.                       Das Grundprinzip des Kürzens und Erweiterns von Brüchen als Vergrößern bzw. Verfeinern der Einteilung nutzen.                       Dezimalzahlen und Prozentzahlen als andere Darstellungsform für Brüche deuten und an der Zahlengerade darstellen. Umwandlungen zwischen Bruch, Dezimalzahl und Prozentzahl</p> <p><i>Ordnen</i> Brüche ordnen, vergleichen</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Verbalisieren</i> mathematische Sachverhalte, Begriffe, Regeln und Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern.   <i>Kommunizieren</i> bei der Lösung von Problemen im Team über eigene und vorgegebene Lösungswege, Ergebnisse und Darstellungen sprechen, Fehler finden, erklären und korrigieren.   <i>Präsentieren</i> Ideen und Beiträge in kurzen Beiträgen präsentieren  <i>Vernetzen</i> Begriffe an Beispielen miteinander in Beziehung setzen  <i>Begründen</i> verschiedene Arten des Begründens intuitiv nutzen: Beschreiben von Beobachtungen, Plausibilitätsüberlegungen, Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen.</p>	<p>Ggf:                      Primfaktorzerlegung                      Teilbarkeit mit PFZ</p>
<p><b>Kapitel II Addition und Subtraktion von rationalen Zahlen</b></p> <p>1 Addieren und Subtrahieren von Brüchen                      2 Addieren und Subtrahieren von Dezimalzahlen                      3 Runden und Überschlagen bei Dezimalzahlen                      4 Geschicktes Rechnen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 8 Wochen</b></p>	<p><i>Operieren</i> Grundrechenarten mit endlichen Dezimalzahlen und einfachen Brüchen ausführen</p> <p><i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile nutzen; Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Erkunden</i> inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und relevante Größen aus ihnen entnehmen</p> <p><i>Lösen</i> Elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen nutzen. Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ anwenden</p> <p><i>Reflektieren</i> Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten</p>	

## Schulinterner Lehrplan Klasse 6

Lambacher Schweizer 6	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<b>Kapitel III Winkel und Kreis</b> Erkundungen 1 Winkel 2 Winkel schätzen, messen und zeichnen 3 Kreisfiguren  <b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b>	<b>Geometrie</b> <i>Erfassen</i> Grundbegriffe zur Beschreibung ebener Figuren verwenden: Punkt, Gerade, Strecke, Winkel, Abstand, Radius  <i>Konstruieren</i> Winkel, Kreise, auch Muster zeichnen  <i>Messen</i> Winkel schätzen, messen und genau zeichnen	<b>Werkzeuge</b> <i>Darstellen</i> Geodreieck und Zirkel zum Messen und genauen Zeichnen nutzen  Präsentationsmedien nutzen eigene Arbeit und Lernwege sowie die aus dem Unterricht erwachsene Merksätze und Ergebnisse dokumentieren  <i>Recherchieren</i> selbst erstellte Dokumente und das Schulbuch nutzen.	<u><b>Computerprogramm</b></u> Willi Winkel - fakultativ
<b>Kapitel IV Strategien entwickeln – Probleme lösen</b> <b>immanent in allen anderen Kapiteln im Zusammenhang mit Anwendungsaufgaben</b>			
<b>Kapitel V Multiplikation und Division von rationalen Zahlen</b> Erkundungen 1 Vervielfachen und Teilen von Brüchen 2 Multiplizieren von Brüchen 3 Dividieren von Brüchen 4 Multiplizieren und Dividieren von Zehnerpotenzen – Maßstäbe 5 Multiplizieren von Dezimalzahlen 6 Dividieren einer Dezimalzahlen 7 Grundregeln für Rechenausdrücke -Terme 8 Rechengesetze – Vorteile beim Rechnen  <b>Zeitraum: ca. 10 (+1) Wochen</b>	<b>Arithmetik / Algebra</b> <i>Operieren</i> Grundrechenarten mit endlichen Dezimalzahlen und einfachen Brüchen ausführen  <i>Anwenden</i> arithmetische Kenntnisse von Zahlen und Größen anwenden, Strategien für Rechenvorteile nutzen;  Techniken des Überschlagens und die Probe als Rechenkontrolle  <b>Geometrie</b> <i>Messen</i> Umfänge von Vielecken, Flächeninhalte von Rechtecken schätzen und bestimmen.	<b>Problemlösen</b> <i>Erkunden</i> inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wiedergeben und relevante Größen aus ihnen entnehmen  <i>Lösen</i> Elementare mathematische Regeln und Verfahren (Messen, Rechnen, Schließen) zum Lösen von anschaulichen Alltagsproblemen nutzen Problemlösestrategien „Beispiele finden“, „Überprüfen durch Probieren“ anwenden  <i>Reflektieren</i> Ergebnisse in Bezug auf die ursprüngliche Problemstellung deuten.  <b>Modellieren</b> <i>Mathematisieren</i> Situationen aus Sachaufgaben in mathematische Modelle übersetzen (Terme, Figuren, Diagramme)  <i>Validieren</i> am Modell gewonnene Lösungen an der Realsituation überprüfen	<u><b>verbindlich:</b></u> <b>Periodische Dezimalzahlen</b>  <u><b>Während des fächerverbindenden Römerprojektes:</b></u> <u><b>Römische Zahlen</b></u> (1 Woche)

## Schulinterner Lehrplan Klasse 6

Lambacher Schweizer 6	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<b>Kapitel VI Daten erfassen, darstellen und interpretieren</b> 1 Relative Häufigkeiten und Diagramme 2 Mittelwerte 3 Boxplots  <b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b>	<b>Stochastik</b> <i>Erheben</i> Daten erheben, in Ur- und Strichlisten zusammenfassen  <i>Darstellen</i> Häufigkeitstabellen zusammenstellen, mithilfe von Säulen- und Kreisdiagrammen veranschaulichen  <i>Auswerten</i> relative Häufigkeiten, arithmetisches Mittel, Median bestimmen  <i>Beurteilen</i> statistische Darstellungen lesen und interpretieren  (Hier auch Themen aus dem Kernlehrplan 7 & 8: Tabellenkalkulation, Boxplots, Median, Quartile)	<b>Werkzeuge</b> <i>Darstellen</i> Präsentationsmedien nutzen, <b>Excel</b> <i>Recherchieren</i> selbst erstellte Dokumente und das Schulbuch zum Nachschlagen nutzen	<b><u>Einsatz von Excel verbindlich:</u></b>  <b>Darstellung von Diagrammen</b> <b>Berechnung statistischer Größen (Mittelwert, Median, Quartil)</b>
<b>Kapitel VII Beziehungen zwischen Zahlen und Größen</b> <b>Fakultativ am Ende des Schuljahres als Anwendung aller erworbener Kompetenzen:</b>		<b>ca. 1 – 2 Wochen</b>	

Lambacher Schweizer 7	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel III Zuordnungen</b></p> <p>1 Zuordnungen und Graphen            2 Gesetzmäßigkeiten bei Zuordnungen            3 Proportionale Zuordnungen            4 Antiproportionale Zuordnungen            5 Lineare Zuordnungen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Darstellen</i> Zuordnungen mit eigenen Worten, Wertebellen, als Graphen und in Termen darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln.</p> <p><i>Anwenden</i> Identifizieren von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen. Zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen die Eigenschaften von proportionalen, antiproportionalen und linearen Zuordnungen sowie einfache Dreisatzverfahren anwenden.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Interpretieren</i> Graphen von Zuordnungen und Termen linearer funktionaler Zusammenhänge interpretieren.</p>	<p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Mathematisieren</i> Einfache Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen.</p> <p><i>Validieren</i> Die im mathematischen Modell gewonnenen Lösungen an der Realsituation überprüfen und ggf. das Modell verändern.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Realisieren</i> Einem mathematischen Modell (Tabelle, Graph) eine passende Realsituation zuordnen.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><i>Darstellen</i> Excel zur graphischen Darstellung von Zuordnungen nutzen.</p>	<p>Fakultativ zusätzlich möglich:  <b>Exkursion</b>  <b>Ausgleichsgeraden</b></p>
<p><b>Kapitel I Prozente und Zinsen</b></p> <p>1 Prozente – Vergleiche werden einfacher            2 Prozentsatz – Prozentwert – Grundwert            3 Grundaufgaben der Prozentrechnung            4 Zinsen            5 Zinseszinsen            6 Überall Prozente</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Anwenden</i> In Realsituationen (auch Zinsrechnung) Prozentwert, Prozentsatz und Grundwert berechnen.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Ordnen</i> Rationale Zahlen ordnen und vergleichen.</p> <p><i>Operieren</i> Grundrechenarten für rationale Zahlen ausführen.</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Lösen</i> Zum Lösen mathematischer Standardaufgaben Algorithmen nutzen und ihre Praktikabilität bewerten.</p> <p><i>Reflektieren</i> Überprüfen und bewerten von Ergebnissen durch Plausibilitätsüberlegungen oder Überschlagsrechnungen Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit überprüfen.</p> <p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Lesen</i> Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph) ziehen, strukturieren und bewerten.</p> <p><i>Verbalisieren</i> Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern (Konstruktionen, Rechenverfahren, Algorithmen).</p>	<p><b><u>Zwingend verbindlich:</u></b>  <b><u>Werkzeuge</u></b></p> <p>Den Taschenrechner nutzen. Zumindest in der Zinsrechnung / Zinseszinsrechnung ist der Taschenrechner unabkömmlich</p> <p>Schwerpunkt Dreisatz</p>

Lambacher Schweizer 7	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel II Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Wahrscheinlichkeiten</li> <li>2 Laplace-Wahrscheinlichkeiten, Summenregel</li> <li>3 Simulation, Zufallsschwankungen</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 4 Wochen</b></p>	<p><b>Stochastik</b></p> <p><i>Erheben</i> Planen und durchführen von Datenerhebungen. Zur Erfassung werden Tabellenkalkulationen genutzt.</p> <p><i>Auswerten</i> Zur Schätzung von Wahrscheinlichkeiten werden relative Häufigkeiten von langen Versuchsreihen genutzt.</p> <p>Zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen werden ein- oder zweistufige Zufallsversuche verwendet.</p> <p>Mithilfe der Laplace-Regel wird die Wahrscheinlichkeit bei einstufigen Zufallsexperimenten bestimmt.</p> <p><i>Beurteilen</i> Zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten werden Wahrscheinlichkeiten genutzt.</p>	<p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Mathematisieren</i> Einfache Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen.</p> <p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Lesen</i> Informationen aus einfachen mathemathikhaltigen Darstellungen (Text, Bild, Tabelle, Graph) ziehen, strukturieren und bewerten.</p> <p><i>Begründen</i> Mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Kommunizieren</i> Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen vergleichen und bewerten.</p>	<p><b>Zwingend verbindlich: Werkzeuge</b></p> <p>Den Taschenrechner nutzen.</p> <p><b>Wiederholung:</b></p> <p>Bruchrechnung, Prozentrechnung</p>
<p><b>Kapitel IV Terme und Gleichungen</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Mit Termen Probleme lösen</li> <li>2 Gleichwertige Terme – Umformen mit Rechengesetze</li> <li>3 Ausmultiplizieren und Ausklammern – Distributivgesetz</li> <li>4 Gleichungen umformen – Äquivalenzumformungen</li> <li>5 Lösen von Problemen mit Strategien</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Operieren</i> Terme zusammenfassen, ausmultiplizieren und sie mit einem einfachen Faktor faktorisieren.</p> <p>Lineare Gleichungen lösen, sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch, Probe zur Rechenkontrolle.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Anwenden</i> Kenntnisse über rationale Zahlen verwenden, um inner- und außermathematische lineare Gleichungen zu lösen.</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Lösen</i> Zum Lösen mathematischer Standardaufgaben Algorithmen nutzen und ihre Praktikabilität bewerten.</p> <p>Anwenden der Problemlösestrategien „Zurückführen auf Bekanntes“, „Spezialfälle finden“ und „Verallgemeinern“.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Reflektieren</i> Überprüfen und bewerten von Ergebnissen durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen.</p>	<p><b>Wiederholung:</b></p> <p>Rechnen mit Dezimalbrüchen</p>

Lambacher Schweizer 7	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel V Beziehungen in Dreiecken</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Dreiecke konstruieren</li> <li>2 Kongruente Dreiecke</li> <li>3 Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende</li> <li>4 Umkreise und Inkreise</li> <li>5 Winkelbeziehungen erkunden</li> <li>6 Regeln für Winkelsummen entdecken</li> <li>7 Der Satz des Thales</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Geometrie</b></p> <p><i>Konstruieren</i> Dreiecke aus gegebenen Winkel- und Seitenmaße zeichnen.</p> <p><i>Anwenden</i> Eigenschaften von Figuren mithilfe der Symmetrie, einfachen Winkelsätzen oder der Kongruenz erfassen und begründen.</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <p><i>Verbalisieren</i> Arbeitsschritte bei mathematischen Verfahren mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen erläutern (Konstruktionen).</p> <p><i>Kommunizieren</i> Lösungswege, Argumentationen und Darstellungen vergleichen und bewerten.</p> <p><i>Präsentieren</i> Lösungswege und Problembearbeitungen in kurzen, vorbereiteten Beiträgen präsentieren.</p> <p><i>Begründen</i> Mathematisches Wissen für Begründungen nutzen, auch in mehrschrittigen Argumentationen.</p> <p><b>Werkzeuge</b></p> <p><i>Recherchieren</i> Eine Formelsammlung, Lexika, Schulbücher und das Internet zur Informationsbeschaffung nutzen.</p>	<p><b><u>Zwingend verbindlich: Werkzeuge</u></b></p> <p><b>Geometriesoftware</b> zum Erkunden und Lösen mathematischer Probleme nutzen, z.B. <b>GeoGebra</b> oder <b>DynaGeo</b>.</p>
<p><b>Kapitel VI Systeme linearer Gleichungen</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Linearer Gleichungen mit zwei Variablen</li> <li>2 Lineare Gleichungssysteme – grafisches Lösen</li> <li>3 Lineare Gleichungssysteme – Einsetzungs-/Gleichsetzungsverfahren</li> <li>4 Lineare Gleichungssysteme – Additionsverfahren</li> </ol> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Interpretieren</i> Graphen von Zuordnungen und Termen linearer funktionaler Zusammenhänge interpretieren.</p> <p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Operieren</i> Terme zusammenfassen, ausmultiplizieren und sie mit einem einfachen Faktor faktorisieren.</p> <p>Lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme lösen, sowohl durch Probieren als auch algebraisch und grafisch, Probe zur Rechenkontrolle.</p> <p>Nachgeordnet auch :</p> <p><i>Anwenden</i> Kenntnisse über rationale Zahlen verwenden, um inner- und außermathematische lineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme zu lösen</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Reflektieren</i> Überprüfen und bewerten von Ergebnissen durch Plausibilitätsüberlegungen, Überschlagsrechnungen oder Skizzen. Lösungswege auf Richtigkeit und Schlüssigkeit überprüfen.</p> <p><b>Modellieren</b></p> <p><i>Mathematisieren</i> Einfache Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen.</p>	<p><b><u>Wiederholung:</u></b></p> <p>Termumformungen u. Gleichungen</p>

Lambacher Schweizer 8	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel I Lineare Funktionen und lineare Gleichungen</b></p> <p>1 Lineare Funktionen 2 Aufstellen von linearen Funktionsgleichungen 3 Nullstellen und Schnittpunkte</p> <p><b>Zeitraum: ca. 5 Wochen</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Darstellen</i> Lineare Zuordnungen mit eigenen Worten in Wertetabellen, Graphen und in Termen darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln</p> <p><i>Interpretieren</i> Graphen von Zuordnungen und Termen linearer funktionaler Zusammenhänge interpretieren</p> <p>Die Parameter der Termdarstellung von linearen Funktionen deuten und dies in Anwendungssituationen nutzen</p> <p><i>Anwenden</i> Identifizieren von linearen Zuordnungen in Tabellen, Termen und Realsituationen</p> <p>Lineare Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen</li> <li>Präsentation und Bewertung von Lösungswegen</li> <li>mehrschrittige Argumentationen/ Argumentationsketten</li> <li>Überprüfen und Bewerten von Problemstellungen</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zurückführen auf Bekanntes</li> <li>Spezialfälle finden</li> <li>Verallgemeinern</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Aufstellen von Gleichungen, Zuordnungen, Funktionen zu Realsituationen</li> <li>Modelle verändern und anpassen</li> <li>Mathematische Modelle in Realsituationen und Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Internet</li> </ul>	
<p><b>Kapitel II Reelle Zahlen</b></p> <p>1 Von bekannten und neuen Zahlen 2 Wurzeln und Streckenlängen 3 Der geschickte Umgang mit Wurzeln 4 Rechnen im Kontext - der Umgang mit Näherungswerten (nur kurz behandeln!)</p> <p><b>Zeitraum: ca. 8 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Ordnen</i> Rationale u. irrationale Zahlen ordnen und vergleichen</p> <p><i>Operieren</i> Das Radizieren als Umkehrung des Potenzierens anwenden</p> <p>Berechnen und Überschlagen einfacher Quadratwurzeln im Kopf</p> <p>Terme zusammenfassen, ausmultiplizieren und sie mit einem einfachen Faktor faktorisieren</p> <p><i>Systematisieren</i> Rationale und irrationale Zahlen unterscheiden</p>	<p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Taschenrechner (Einführung des GTR)</li> </ul>	<p><b>GTR-Nutzung:</b></p> <p>An dieser Stelle <b>erfolgt</b> die erste Einführung des Taschenrechners</p>
<p><b>Kapitel III Flächen und Volumina - vom Umgang mit Formeln</b></p> <p>1 Formeln aufstellen, vereinfachen und auflösen 2 Zusammengesetzte Flächen - binomische Formeln 3 Flächeninhalt von Dreiecken, Parallelo-</p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Operieren</i> Terme zusammenfassen, ausmultiplizieren und sie mit einem einfachen Faktor faktorisieren, binomische Formeln als Rechenstrategie nutzen</p> <p><i>Anwenden</i> Kenntnisse über rationale Zahlen zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme verwenden</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen</li> <li>Präsentation und Bewertung von Lösungswegen</li> <li>mehrschrittige Argumentationen</li> <li>Überprüfen und Bewerten von Problemstellungen</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zurückführen auf Bekanntes</li> <li>Spezialfälle finden</li> </ul>	<p><b>zur Entlastung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>nur die erste binomische Formel veranschaulichen</li> <li>zunächst keine zusammengesetzten Körper</li> </ul>

Lambacher Schweizer 8	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
grammen und Trapezen <b>4</b> Flächeninhalt von Vielecken <b>5</b> Kreise <b>6</b> Kreisteile <b>7</b> Prisma und Zylinder  <b>Zeitraum: ca. 9 Wochen</b>	<b>Geometrie</b> <i>Erfassen</i> Benennen und Charakterisieren von Prismen und Zylindern  <i>Messen</i> Schätzen und Bestimmen des Umfangs und des Flächeninhalts von Kreisen und zusammengesetzten Figuren sowie von Oberflächen und Volumina von Prismen und Zylindern	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verallgemeinern</li> <li>• Untersuchung von Zahlen und Figuren</li> <li>• Überprüfen auf mehrere Lösungswege</li> <li>• Überprüfen und Bewerten von Ergebnissen und Lösungswegen</li> </ul> <b>Modellieren</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufstellen von Gleichungen, Zuordnungen zu Realsituationen</li> <li>• Verwenden von Skizzen u. Nutzen von Hilfslinien zur Berechnung von Flächen, Oberflächen und Volumina</li> </ul> <b>Werkzeuge</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taschenrechner</li> <li>• Tabellenkalkulation (Formeln in MS EXCEL)</li> <li>• Internet</li> </ul>	<b><u>Werkzeuge verbindlich:</u></b>  <b>Einsatz von Excel</b> im Hinblick auf die Lernstandserhebung  Grundlegende Berechnungen mit dem <b>GTR</b> durchführen
<b>Kapitel IV Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>  <b>1</b> Pfadregel, Wahrscheinlichkeitsverteilung <b>2</b> Der richtige Blick aufs Baumdiagramm <b>3</b> Pascalsches Dreieck und Wahrscheinlichkeiten  <b>Zeitraum: ca. 5 Wochen</b>	<b>Stochastik</b> <i>Erheben</i> Planen und Durchführen von Datenerhebungen, zur Erfassung Tabellenkalkulationen nutzen  <i>Darstellen</i> Ein- und zweistufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen veranschaulichen  <i>Auswerten</i> Zur Darstellung zufälliger Erscheinungen in alltäglichen Situationen ein- oder zweistufige Zufallsversuche verwenden  Wahrscheinlichkeiten bei zweistufigen Zufallsexperimenten mithilfe der Pfadregeln bestimmen  <i>Beurteilen</i> Zur Beurteilung von Chancen und Risiken und zur Schätzung von Häufigkeiten Wahrscheinlichkeiten nutzen	<b>Argumentieren / Kommunizieren</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen</li> <li>• Präsentation und Bewertung von Lösungswegen</li> <li>• mehrschrittige Argumentationen</li> </ul> <b>Modellieren</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufstellen von Zufallsversuchen zu Realsituationen</li> </ul> <b>Werkzeuge</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taschenrechner</li> </ul>	<b>zur Entlastung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nur ein- und zweistufige Zufallsexperimente</li> <li>• Wiederholung: Spannweite, Quartile (Interpretation)</li> </ul> <b>Wiederholung:</b> Interpretieren von Spannweite und Quartile (aus der Klasse 6)
<b>Kapitel V Quadratische Funktionen</b>  <b>1</b> Lineare Funktionen (Wiederholung) <b>2</b> Quadratische Funktionen mit $y = a \cdot x^2$ <b>3</b> Quadratische Funktionen <b>4</b> Aufstellen von quadratischen Funktionsgleichungen <b>5</b> Mit Funktionen die Wirklichkeit beschreiben	<b>Funktionen</b> <i>Darstellen</i> Quadratische Zuordnungen mit eigenen Worten in Wertetabellen, Graphen und in Termen darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln  <i>Interpretieren</i> Graphen von Zuordnungen und Termen interpretieren  Die Parameter der Termdarstellung von quadratischen Funktionen deuten und	<b>Argumentieren / Kommunizieren</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen</li> <li>• Präsentation und Bewertung von Lösungswegen</li> <li>• mehrschrittige Argumentationen/ Argumentationsketten</li> <li>• Überprüfen und Bewerten von Problemstellungen</li> </ul> <b>Problemlösen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zurückführen auf Bekanntes</li> <li>• Spezialfälle finden</li> </ul>	<b><u>GTR-Nutzung:</u></b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen eingeben</li> <li>• Wertetabellen gestalten</li> <li>• Grafikfenster verändern</li> <li>• Zoom-Funktion üben</li> </ul>

Lambacher Schweizer 8	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p>– Modellieren</p> <p><b>Zeitraum: ca. 8 Wochen</b></p>	<p><i>Anwenden</i></p> <p>dies in Anwendungssituationen nutzen Quadratische Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen anwenden</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verallgemeinern</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufstellen von Gleichungen, Zuordnungen, Funktionen zu Realsituationen</li> <li>• Modelle verändern und anpassen</li> <li>• Mathematische Modelle in Realsituationen und Realsituationen in mathematische Modelle übersetzen</li> </ul> <p><b>Werkzeug</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taschenrechner</li> <li>• Funktionsplotter (GTR)</li> <li>• Formelsammlung, Internet</li> </ul>	
<p><b>Kapitel VI Definieren, Ordnen und Beweisen</b></p> <p>Dieses Kapitel wird in die anderen Kapitel integriert. (z. B. Beweise: Die Wurzel aus 2 ist keine rationale Zahl.)</p>			
<p><b>Kapitel VII Kompetenzen trainieren und vertiefen</b></p> <p>1 Arithmetik und Algebra 2 Funktionen 3 Geometrie 4 Stochastik 5 Kommunizieren und Argumentieren 6 Problemlösen 7 Modellieren 8 Abschlusstest</p>	<p><b>In Selbstlernphasen (Vertretungsunterricht, Hausaufgaben, ...) einzelne Abschnitte im laufenden Schuljahr bearbeiten lassen.</b></p>		<p>Konkretes Material vom Stationenlernen nutzen</p>

Lambacher Schweizer 9	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel I Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen</b></p> <p>1 Scheitelpunktbestimmung – quadratische Ergänzung</p> <p>2 Lösen einfacher quadratischer Gleichungen</p> <p>3 Lösen allgemeiner quadratischer Gleichungen</p> <p>4 Lösen quadratischer Gleichungen mit der p-q-Formel</p> <p>5 Probleme lösen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><b>Arithmetik / Algebra</b></p> <p><i>Operieren</i> Lösen einfacher quadratischer Gleichungen (z.B. durch Faktorisieren oder pq-Formel)</p> <p><i>Anwenden</i> Verwendung der Kenntnisse über quadratische Gleichungen zum Lösen inner- und außermathematischer Probleme</p> <p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Darstellen</i> Darstellung quadratischer Funktionen mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Graphen und Termen, Wechseln zwischen den Darstellungen und Benennung ihrer Vor- und Nachteile</p> <p><i>Interpretieren</i> Deutung der Parameter der Termdarstellungen von quadratischen Funktionen in der grafischen Darstellung und Nutzung dieses Wissens in Anwendungssituationen</p> <p><i>Anwendung</i> Anwendung quadratischer Funktionen zur Lösung außer- und innermathematischer Problemstellungen</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Informationen aus Texten, Bildern, Tabellen</li> <li>• Präsentation und Bewertung von Lösungswegen</li> <li>• mehrschrittige Argumentationen</li> </ul> <p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reflektion im Sachzusammenhang die Lösbarkeit bzw. Frage nach der Anzahl der Lösungen</li> <li>• Vergleich / Bewertung von Lösungswegen u. Problemstrategien</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Übersetzen von Realsituationen in mathematische Modelle</li> <li>• Finden passender Realsituationen zu einem mathematischen Modell</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nutzung des GTRs zur Darstellung von Funktionen</li> </ul>	<p><i>Die Bestimmung der Scheitelpunktform erfolgt mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.</i></p> <p><i>Die Lösung quadratischer Gleichungen erfolgt <u>aus-schließlich</u> über das Faktorisieren oder mit Hilfe der p-q-Formel. (Die Möglichkeit über die quadr. Ergänzung fällt weg.)</i></p> <p><b><u>GTR-Nutzung:</u></b> <i>Ermitteln des Scheitelpunkts und möglicher Schnittpunkte</i></p>

Lambacher Schweizer 9	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel II Ähnliche Figuren - Strahlensätze</b></p> <p>1 Ähnliche Dreiecke 2 Strahlensätze</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><i>Anwenden</i> Beschreibung und Begründung von Ähnlichkeitsbeziehungen geometrischer Objekte und Nutzung dieser Beziehungen im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen Berechnung geometrischer Größen unter Verwendung von Ähnlichkeitsbeziehungen</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zerlegen von Problemen in Teilprobleme</li> <li>Mathematisierung von Alltagssituationen</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Auswählen und Nutzen eines geeigneten Werkzeugs (Dynamische Geometriesoftware)</li> </ul>	
<p><b>Kapitel III Formeln in Figuren</b></p> <p>1 Der Satz des Pythagoras 2 Pythagoras in Figuren und Körpern 3 Formeln verstehen: Pyramiden und Kegel 4 Formeln anwenden: Kugeln und andere Körper</p> <p><b>Zeitraum: ca. 8 Wochen</b></p>	<p><i>Erfassen</i> Benennung und Charakterisierung der Seiten im rechtwinkligen Dreieck</p> <p><i>Messen und Erfassen</i> Herleitung der Formeln verschiedener Größen von Prismen, Zylindern, Pyramiden, Kegeln und Kugeln</p> <p><i>Anwendung</i> Berechnung geometrischer Größen unter Verwendung des Satzes von Pythagoras und Begründung der Eigenschaften von Figuren mithilfe des Satzes des Thales</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erläutern mathematischer Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und Präzisieren mit geeigneten Fachbegriffen</li> <li>Überprüfung und Bewertung von Problemlösungen</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zerlegen von Problemen in Teilprobleme</li> <li>Anwenden der Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“</li> <li>Vergleichen und Bewerten von Lösungswegen und Problemlösungsstrategien</li> </ul> <p><b>Werkzeug</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Taschenrechner und Formelsammlung</li> </ul>	<p><i>Hier ist eine kurze Aufarbeitung vom Satz des Thales sinnvoll.</i></p> <p><b><u>Fakultativ:</u></b> <i>-die Kathetensätze -der Höhensatz des Euklid</i></p> <p><b><u>GTR-Nutzung:</u></b> Längen-, Flächen- und Volumenberechnungen</p>
<p><b>Die Kapitel IV (Potenzen) u. VI (Trigonometrie) werden getauscht.</b></p> <p><b>Kapitel VI Trigonometrie – Berechnungen</b></p>			

Lambacher Schweizer 9	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>an Dreiecken und periodischen Vorgängen</b></p> <p>1 Sinus und Kosinus            2 Zinseszins und andere Wertentwicklungen untersuchen            3 Tangens            4 Die Sinusfunktion            5 Amplitude und Periode von Sinusfunktionen</p> <p><b>Zeitraum: ca. 7 Wochen</b></p>	<p><i>Anwenden</i> Berechnung geometrischer Größen unter Verwendung der Definitionen von Sinus, Kosinus und Tangens</p> <p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Darstellen</i> Darstellung der Sinusfunktion mit eigenen Worten, in Wertetabellen, Graphen und Termen</p> <p><i>Anwenden</i> Verwendung der Sinusfunktion zur Beschreibung einfacher periodischer Vorgänge</p>	<p><b>Problemlösen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Zerlegen von Problemen in Teilprobleme</li> <li>Anwenden der Problemlösestrategien „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Übersetzen von Realsituationen in mathematische Modelle</li> <li>Vergleichen verschiedener mathematischer Modelle für eine Realsituation</li> </ul>	<p><b><u>GTR-Nutzung:</u></b> Umstellung auf Grad- und Bogenmaß</p> <p><b><u>Einsatz dynam. Geometriesoftware:</u></b> Veranschaulichung trigonometrischer Funktionen (z. B. beim Übergang von der Darstellung des Sinus im Einheitskreis zur Sinusfunktion im KOS)</p>
<p><b>Kapitel V Wachstumsvorgänge</b></p> <p>1 Exponentielles Wachstum            2 Zinseszins und andere Wertentwicklungen untersuchen            3 Rechnen mit exponentiellem Wachstum</p> <p><b>Zeitraum: ca. 6 Wochen</b></p>	<p><b>Funktionen</b></p> <p><i>Anwenden</i> Anwendung linearer und exponentieller Funktionen zur Lösung außermathematischer Wachstumsprozesse mit dem Schwerpunkt Zinseszins</p>	<p><b>Argumentieren / Kommunizieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Erläutern mathematischer Zusammenhänge und Einsichten mit eigenen Worten und Präzisieren mit geeigneten Fachbegriffen</li> <li>Überprüfen und Bewerten von Problembearbeitungen u. Ergebnissen</li> </ul> <p><b>Modellieren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Übersetzen von Realsituationen in mathematische Modelle</li> <li>Vergleichen verschiedener mathematischer Modelle</li> <li>Finden passender Realsituationen zu einem mathematischen Modell</li> </ul> <p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Auswählen und Nutzen eines geeigneten Werkzeugs (Tabellenkalkulation, Funktionsplotter)</li> <li>Nutzung von Print- und elektronischen Medien zur Informationsbeschaffung</li> <li>Muster und Beziehungen bei Figuren untersuchen und Vermutungen aufstellen</li> </ul>	<p><b><u>GTR-Nutzung:</u></b> Graphische Darstellung und Berechnungen bei den Exponentialfunktionen</p>

Lambacher Schweizer 9	Inhaltsbezogene Kompetenzen	prozessbezogene Kompetenzen	Zusätzliche Absprachen
<p><b>Kapitel IV Potenzen</b></p> <p>1 Zehnerpotenzen</p> <p>5 Logarithmus</p> <p>2 Der geschickte Umgang mit Potenzen – Potenzgesetze</p> <p>3 einfache Gleichungen mit Potenzen – Basis gesucht</p> <p>4 einfache Gleichungen mit Potenzen – Exponent gesucht</p> <p><b>Zeitraum: ca. 2 Wochen (6 Wochen)</b></p>	<p><b>Arithmetik/Algebra</b></p> <p><i>Darstellen</i> Lesen und Schreiben von Zahlen in Zehnerpotenz- und wissenschaftlicher Schreibweise und Erläuterung der Potenzschreibweise mit ganzzahligen Exponenten</p> <p><i>Erfassen</i> Benennen und Begründen der Potenzgesetze</p> <p><i>Operieren</i> Lösen einfacher (quadratischer) Gleichungen Anwenden der Potenzgesetze zur Vereinfachung von Termen und zur Lösung von Gleichungen</p>	<p><b>Werkzeuge</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Auswählen und Nutzen eines geeigneten Werkzeugs (Taschenrechner: Verwendung der wissenschaftlichen Schreibweise)</li> </ul>	<p><b>Fakultativ (falls noch Zeit):</b></p> <p>- die Punkte 2 bis 4 (Potenzgesetze und Potenzgleichungen)</p>

**Kapitel VII Fit für die Oberstufe**

Aufgaben aus diesem Kapitel werden immanent in den Kapiteln I – VI behandelt.

## 4.2 Unterrichtsvorhaben der Sekundarstufe II

### 4.2.1 Einführungsphase

#### 4.2.1.1 Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

#### **Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (EF)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen</li> <li>• beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen</li> <li>• wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und grafikfähige Taschenrechner</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum</li> </ul>	<p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen. <i>Hilfreich kann es sein, dabei die Kompetenzen der Mitschülerinnen und Mitschüler (z. B. durch Kurzvorträge) zu nutzen.</i></p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Vertiefung der elementaren Bedienkompetenzen des GTR gerichtet werden. <i>Hilfreich kann hier der Einsatz der Software Geogebra sein.</i></p> <p>Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht.</p> <p>Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden dann quadratische Funktionen (Scheitelpunktform) und Parabeln unter dem Transformationsaspekt betrachtet. Systematisches Erkunden mithilfe des GTR eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.</p>

... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle  
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

## Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (EF)

### Zu entwickelnde Kompetenzen

#### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

##### Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/ Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte, Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen

#### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### Argumentieren (Vermuten)

##### Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Kontext zu durchschnittlichen Änderungsraten in unterschiedlichen Sachzusammenhängen werden empfohlen: Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung.

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiralförmigen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt.

Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software können zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt werden.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfäl-

	le, wie eine konstante Funktion, zu betrachten.,
--	--------------------------------------------------

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
- ... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

**Thema: Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (EF)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate</li> <li>• beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion)</li> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte und Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an</li> </ul>	<p>Es wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt.</p> <p><i>Mögliche Methode: Durch Variation im Rahmen eines Gruppenpuzzles vermuten die Lernenden eine Formel für die Ableitung einer beliebigen quadratischen Funktion. Dabei vermuten sie auch das Grundprinzip der Linearität (ggf. auch des Verhaltens bei Verschiebungen in x-Richtung). Durch Analyse des Rechenweges werden die Vermutungen erhärtet.</i></p> <p>Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler den GTR und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden.</p> <p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei</p>

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen

Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

*Die Motivation zur Beschäftigung mit Polynomfunktionen kann durch eine Optimierungsaufgabe geweckt werden. Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Schachtel aus einem DIN-A4-Blatt herzustellen, führen insbesondere auf Polynomfunktionen vom Grad 3. Hier können sich alle bislang erarbeiteten Regeln bewähren.*

Ganzrationale Funktionen vom Grad 3 werden Gegenstand einer qualitativen Erkundung mit dem GTR, wobei Parameter gezielt variiert werden. Bei der Klassifizierung der Formen können die bisher erarbeiteten Begriffe eingesetzt werden. Zusätzlich werden die Symmetrie zum Ursprung und das Globalverhalten untersucht. Die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

Durch gleichzeitiges Visualisieren der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 3. Grades durch die Eigenschaften der ihnen vertrauten quadratischen Funktionen. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten.

**Thema: Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (EF)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• leiten Funktionen graphisch ab</li> <li>• nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion</li> <li>• begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte und Wendepunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen</li> <li>• nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit nat. Exponenten</li> <li>• wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzr. Funktionen an</li> <li>• lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel</li> <li>• verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten</li> <li>• unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich</li> <li>• verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b></p>	<p>Ein kurzes Wiederaufgreifen des graphischen Ableitens am Beispiel der Sinusfunktion führt zur Entdeckung, dass die Kosinusfunktion deren Ableitung ist.</p> <p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung durch die Betrachtung von Monotonieintervallen und der vier möglichen Vorzeichenkombinationen an den Nullstellen der Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p><i>Der logische Unterschied zwischen notwendigen und hinreichenden Kriterien kann durch Multiple-Choice-Aufgaben vertieft werden, die rund um die Thematik der Funktionsuntersuchung von Polynomfunktionen Begründungsanlässe und die Möglichkeit der Einübung zentraler Begriffe bieten.</i></p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p> <p><i>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.</i></p>

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

#### 4.2.1.2 Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: *Unterwegs in 3D – Koordinatisierungen des Raumes (EF)*

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar

##### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### **Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

##### **Kommunizieren (Produzieren)**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

*Die Auswahl zwischen kartesischen und anderen Koordinaten kann bei genügend zur Verfügung stehender Zeit im Kontext der Spidercam getroffen werden: Bewegung der Spidercam in einem kartesischen Koordinatensystem, Ausrichtung der Kamera in Kugelkoordinaten.*

**Thema: Vektoren bringen Bewegung in den Raum (EF)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mit Hilfe von Vektoren nach

**Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):**

4.2.1.2.1 Problemlösen

*Die Schülerinnen und Schüler*

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

*Neben anderen Kontexten kann auch hier die Spidercam verwendet werden, und zwar um Kräfte und ihre Addition in Anlehnung an die Kenntnisse aus dem Physikunterricht der SI als Beispiel für vektorielle Größen zu nutzen.*

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

### 4.2.1.3 Einführungsphase Stochastik (S)

#### Thema: *Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen (EF)*

#### Zu entwickelnde Kompetenzen

##### Inhaltsbezogene Kompetenzen:

*Die Schülerinnen und Schüler*

- deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente
- simulieren Zufallsexperimente
- verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen
- stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln

##### Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

##### 4.2.1.3.1 Modellieren

*Die Schülerinnen und Schüler*

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

##### 4.2.1.3.2 Werkzeuge nutzen

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Generieren von Zufallszahlen
  - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
  - ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

#### Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden.

Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (GTR, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator).

Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.

*Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.*

Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.

(Erwartungswert)	
------------------	--

**Thema: Testergebnisse richtig interpretieren – Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (EF)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln</li> <li>• bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit</li> <li>• bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):</b></p> <p>4.2.1.3.3 Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p>4.2.1.3.4 Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>)</li> </ul>	<p><i>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnosetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe).</i></p> <p>Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.</p> <p>Zur Förderung des Verständnisses der Wahrscheinlichkeitsaussagen werden parallel Darstellungen mit absoluten Häufigkeiten verwendet.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können.</p> <p>Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs <math>P(A \cap B)</math> von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</p>

- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

## 4.2.2 Qualifikationsphase Grundkurs (Q1 und Q2)

### 4.2.2.1 Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

#### Thema: *Optimierungsprobleme (Q-GK-A1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p>4.2.2.1.1 Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor. (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> </ul>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. <i>Es wird deshalb empfohlen, den Lernenden hinreichend Zeit zu geben, u. a. mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen.</i></p> <p>An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“). Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik untersucht. <i>Abschließend empfiehlt es sich, ein Problem zu behandeln, das die Schülerinnen und Schüler nur durch systematisches Probieren oder anhand des Funktionsgraphen lösen können: Aufgabe zum „schnellsten Weg“.</i></p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funkti-</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)</li> <li>• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>)</li> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>on verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).</p>
<b>Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit ganzrationalen Funktionen (Q-GK-A2)</b>	
<p><b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b></p> <p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> <li>• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b></p>	<p><b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b></p> <p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema EF) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst. Anschließend werden aus gegebenen Punkten Gleichungssysteme für die Parameter der Normalform aufgestellt.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.</p> <p>Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden ab-</p>

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
  - ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
  - ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

schließlich von den Lernenden kritisch bewertet.

*Designobjekte oder architektonische Formen können zum Anlass genommen werden, die Funktionsklassen zur Modellierung auf ganzrationale Funktionen 3. oder 4. Grades zu erweitern und über gegebene Punkte, Symmetrieüberlegungen und Bedingungen an die Ableitung Gleichungen zur Bestimmung der Parameter aufzustellen. Hier bieten sich nach einem einführenden Beispiel offene Unterrichtsformen (z. B. Lerntheke) an.*

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

*Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

**Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe</li> <li>• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext</li> <li>• skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Kommunizieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).</p> <p><i>Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.</i></p> <p>Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p>Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.</p> <p>Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert.</p> <p><i>Die Ergebnisse der Gruppenarbeit können auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert werden. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.</i></p>

**Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-GK-A4)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs</li> <li>• erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)</li> <li>• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen</li> <li>• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen</li> <li>• bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate</li> <li>• bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Dazu kann das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben (vgl. Thema Q-GK-A3) entwickelte numerische Näherungsverfahren auf den Fall angewendet werden, dass für die Änderungsrate ein Funktionsterm gegeben ist. <i>Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.</i></p> <p>Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen. Da der Rekonstruktionsprozess auch bei einer abstrakt gegebenen Randfunktion möglich ist, wird für Bestandsfunktionen der Fachbegriff Integralfunktion eingeführt und der Zusammenhang zwischen Rand- und Integralfunktion im Hauptsatz formuliert (ggf. auch im Lehrervortrag).</p> <p>Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. (z. B. durch ein sog. Funktionendomino)</p> <p>In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.</p> <p>Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen [...] digitale Werkzeuge [Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionsplotter] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>• Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum           <ul style="list-style-type: none"> <li>... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse</li> <li>... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals</li> </ul> </li> </ul>	<p>Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion</li> <li>• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:           <ul style="list-style-type: none"> <li>- natürliche Exponentialfunktion</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (<i>Lösen</i>)</li> </ul>	<p><i>Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens sollte eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte z. B. in Gruppenarbeit mit Präsentation stehen (Wachstum und Zerfall).</i></p> <p>Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.</p> <p>Die Frage nach der Ableitung an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere <math>h</math> das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet. Umgekehrt suchen die Lernenden zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle.</p> <p><i>Dazu könnten sie eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die sie immer weiter verfeinern oder in der Grafik ihres GTR experimentieren, indem sie Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion legen. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ablei-</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (<i>Reflektieren</i>).</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>• ... grafischen Messen von Steigungen</li> <li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li> <li>• nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul>	<p><i>tungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.</i></p> <p>Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-GK-A6)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze</li> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:           <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten</li> </ul> </li> <li>• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)</li> <li>• wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an</li> </ul>	<p>Im Zusammenhang mit der Modellierung von Wachstumsprozessen durch natürliche Exponentialfunktionen mit linearen Exponenten wird die Kettenregel eingeführt, um auch (hilfsmittelfrei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können. Als Beispiel für eine Summenfunktion wird eine Kettenlinie modelliert. An mindestens einem Beispiel sollte auch ein beschränktes Wachstum untersucht werden.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten eingeführt.</p>

- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

### Prozessbezogene Kompetenzen:

#### **Modellieren**

##### *Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

In diesen Kontexten ergeben sich ebenfalls Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

#### 4.2.2.2 Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-GK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar</li> <li>• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden.</p> <p><i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit zu variieren. In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (z. B. die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</i></p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden.</p> <p><i>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Geodreiecke [...] geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden</li> <li>... Darstellen von Objekten im Raum</li> </ul>	
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Ebenen in Parameterform dar</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>• berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar</li> <li>• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>• interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten</li> </ul>	<p>Als Einstiegskontext für die Parametrisierung einer Ebene kann eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten dienen. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen.</p> <p><i>Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i></p> <p>In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem.</p> <p>Die Untersuchung von Schattenwürfen eines Mastes auf eine Dachfläche</p>

<p>finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...] (<i>Lösen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>• beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)</li> <li>• analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen</li> </ul>	<p>z. B. motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise und mit dem Gauß-Verfahren.</p> <p>Die Lösungsmengen werden mit dem GTR bestimmt, zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Eine Sache der Logik und der Begriffe: Untersuchung von Lagebeziehungen (Q-GK-G3)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-</li> </ul>	<p>Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es werden möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Eine analoge Bearbeitung der in Q-GK-G2 erarbeiteten Beziehungen zwischen Geraden und Ebenen bietet sich an.</p> <p><i>Als Kontext kann dazu die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstrei-</i></p>

<p>Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>)</li> <li>wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> <li>erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li> <li>vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li> </ul>	<p><i>fen) aus Q-GK-G1 wieder aufgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.</i></p> <p><i>Begrifflich davon abgegrenzt wird der Abstand zwischen den Flugbahnen. Dies motiviert die Beschäftigung mit orthogonalen Hilfsgeraden (Q-GK-G4).</i></p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Räume vermessen – mit dem Skalarprodukt Polygone und Polyeder untersuchen (Q-GK-G4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> </ul>	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz).</p> <p><i>Bei hinreichend zur Verfügung stehender Zeit kann in Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes, vgl. Q-GK-G3) entdeckt werden, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. als Streckenlänge über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Bei dieser Problemstellung sollten unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen werden.</i></p>

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden.

### 4.2.2.3 Grundkurs Stochastik (S)

**Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben</li> <li>• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>

**Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S2)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente</li> <li>• erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>n</math> und <math>p</math> auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von Zufallsgrößen [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum           <ul style="list-style-type: none"> <li>... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li> <li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> <li>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math> erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von <math>n</math> und <math>p</math> ca. 68% der Ergebnisse in der <math>1\sigma</math>-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	
--------------------------------------------------------------------------------------------	--

**Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> <li>• schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	<p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment</li> <li>- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette</li> <li>- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße</li> <li>- die Unabhängigkeit der Ergebnisse</li> <li>- die Benennung von Stichprobenumfang <math>n</math> und Trefferwahrscheinlichkeit <math>p</math></li> </ul> <p>Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p>Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.</p> <p><i>Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.</i></p> <p><i>Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert</i></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>)</li> </ul>	werden.
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------

**Thema: Von Übergängen und Prozessen (G-GK-S4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen</li> <li>• verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)</li> </ul> <p><b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumen-</li> </ul>	<p><i>Hinweis:</i> <i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</i></p> <p>Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p>

te für Begründungen (*Begründen*)

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

### 4.2.3 Qualifikationsphase Leistungskurs (Q1 und Q2)

#### 4.2.3.1 Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: <i>Optimierungsprobleme (Q-LK-A1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese</li> <li>• verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien [...] zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten</li> <li>• bilden die Ableitungen weiterer Funktionen               <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten</li> </ul> </li> <li>• führen Eigenschaften von zusammengesetzten Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) argumentativ auf deren Bestandteile zurück</li> <li>• wenden die Produkt- und Kettenregel zum Ableiten von Funktionen an</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p><b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b></p> <p>Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb hinreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.</p> <p>An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten (z. B. „Glasscheibe“ oder verschiedene Varianten des „Hühnerhofs“).</p> <p>Ein Verpackungsproblem (Dose oder Milchtüte) wird unter dem Aspekt der Modellvalidierung/Modellkritik und Modellvariation untersucht.</p> <p>Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. Neuverschuldung und Schulden oder Besucherströme in einen Freizeitpark/zu einer Messe und erforderlicher Personaleinsatz) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).</p> <p>Im Zusammenhang mit geometrischen und ökonomischen Kontexten entwickeln die Schülerinnen und Schüler die Ableitungen von Wurzelfunktionen sowie die Produkt- und Kettenregel und wenden sie an.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>)</li> <li>• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<b>Thema: Funktionen beschreiben Formen - Modellieren von Sachsituationen mit Funktionen (Q-LK-A2)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen</li> <li>• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)</li> </ul>	<b>Leitfrage: „Woher kommen die Funktionsgleichungen?“</b>  Anknüpfend an die Einführungsphase werden in unterschiedlichen Kontexten (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter der Scheitelpunktform einer quadratischen Funktion angepasst.

- beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung
- verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

**Werkzeuge nutzen**

Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. Als Kontext hierzu können z. B. Trassierungsprobleme gewählt werden.

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzzahliger Funktionen entwickelt.

Schülerinnen und Schüler erhalten Gelegenheit, über Grundannahmen der Modellierung (Grad der Funktion, Symmetrie, Lage im Koordinatensystem, Ausschnitt) selbst zu entscheiden, deren Angemessenheit zu reflektieren und ggf. Veränderungen vorzunehmen.

*Damit nicht bereits zu Beginn algebraische Schwierigkeiten den zentralen Aspekt der Modellierung überlagern, wird empfohlen, den GTR zunächst als Blackbox zum Lösen von Gleichungssystemen und zur graphischen Darstellung der erhaltenen Funktionen im Zusammenhang mit der Validierung zu verwenden und erst im Anschluss die Blackbox „Gleichungslöser“ zu öffnen, das Gaußverfahren zu thematisieren und für einige gut überschaubare Systeme mit drei Unbekannten auch ohne digitale Werkzeuge durchzuführen.*

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathema-

<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen</li> </ul>	<p>tischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</p> <p><i>Zur Förderung besonders leistungsstarker Schülerinnen und Schüler bietet es sich an, sie selbstständig über die Spline-Interpolation forschen und referieren zu lassen.</i></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe</li> <li>• deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext</li> <li>• skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Kommunizieren</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<p><i>Hinweis: Auch im Leistungskurs bilden eigene anschauliche Erfahrungen ein gutes Fundament für den weiteren Begriffsaufbau. Deshalb hat sich die Fachkonferenz für einen ähnlichen Einstieg in die Integralrechnung im Leistungskurs entschieden wie im Grundkurs. Er unterscheidet sich allenfalls durch etwas komplexere Aufgaben von der Einführung im Grundkurs.</i></p> <p>Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb werden hier Kontexte, die schon dort genutzt werden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). Daneben wird die Konstruktion einer Größe (z. B. physikalische Arbeit) erforderlich, bei der es sich nicht um die Rekonstruktion eines Bestandes handelt.</p> <p>Der Einstieg sollte über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li> </ul>	<p>Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren.</p> <p><i>Falls die Lernenden entdecken, welche Auswirkungen dieser Umkehrprozess auf die Funktionsgleichung der „Bilanzfunktion“ hat, kann dies zur Überleitung in das folgende Unterrichtsvorhaben genutzt werden.</i></p> <p>Das Stationenlernen wird in einem Portfolio dokumentiert. Die Ergebnisse der Gruppenarbeit werden auf Plakaten festgehalten und in einem Museumsgang präsentiert. Schülervorträge über bestimmte Kontexte sind hier wünschenswert.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Von der Randfunktion zur Integralfunktion (Q-LK-A4)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs</li> <li>• erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion</li> <li>• deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen</li> <li>• nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen</li> <li>• begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs</li> <li>• bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen</li> <li>• bestimmen Integrale numerisch [...]</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion</li> <li>• bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und un-</li> </ul>	<p>Schülerinnen und Schüler sollen hier selbst entdecken, dass die Integralfunktion <math>J_a</math> eine Stammfunktion der Randfunktion ist. Dazu wird das im vorhergehenden Unterrichtsvorhaben entwickelte numerische Näherungsverfahren zur Rekonstruktion einer Größe aus der Änderungsrate auf eine kontextfrei durch einen Term gegebene Funktion angewendet und zur Konstruktion der Integralfunktion genutzt (Verallgemeinerung).</p> <p>Die Graphen der Randfunktion und der genäherten Integralfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionenplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen. Fragen, wie die Genauigkeit der Näherung erhöht werden kann, geben Anlass zu anschaulichen Grenzwertüberlegungen.</p> <p>Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs <math>J_a(x+h) - J_a(x)</math> geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.</p>

eigentlichen Integralen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*Begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen [...] digitale Werkzeuge [*Erg. Fachkonferenz: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter*] zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ...
  - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
  - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

*Hier bieten sich Möglichkeiten zur inneren Differenzierung: Formalisierung der Schreibweise bei der Summenbildung, exemplarische Einschachtelung mit Ober- und Untersummen, formale Grenzwertbetrachtung, Vergleich der Genauigkeit unterschiedlicher Abschätzungen.*

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Produktsummen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. (Gedanklich wird mit einem „Eierschneider“ der Rotationskörper in berechenbare Zylinder zerlegt, analog den Rechtecken oder Trapezen bei der Flächenberechnung. Auch die jeweiligen Summenformeln weisen Entsprechungen auf.)

*Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden. Hier bieten sich Vernetzungen mit dem Inhaltsfeld Stochastik an.*

**Thema: Natürlich: Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)**

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
  - natürliche Exponentialfunktion
  - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
  - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion:  $x \rightarrow 1/x$  .

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Problemlösen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

*Zu Beginn des Unterrichtsvorhabens empfiehlt sich eine Auffrischung der bereits in der Einführungsphase erworbenen Kompetenzen durch eine arbeitsteilige Untersuchung verschiedener Kontexte in Gruppenarbeit mit Präsentation (Wachstum und Zerfall).*

Im Anschluss werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Die Eulersche Zahl kann z. B. über das Problem der stetigen Verzinsung eingeführt werden. Der Grenzübergang wird dabei zunächst durch den GTR unterstützt. Da der Rechner dabei numerisch an seine Grenzen stößt, wird aber auch eine Auseinandersetzung mit dem Grenzwertbegriff motiviert.

Die Frage nach der Ableitung einer allgemeinen Exponentialfunktion an einer Stelle führt zu einer vertiefenden Betrachtung des Übergangs von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate. In einem Tabellenkalkulationsblatt wird für immer kleinere  $h$  das Verhalten des Differenzenquotienten beobachtet.

Umgekehrt wird zu einem gegebenen Ableitungswert die zugehörige Stelle gesucht.

*Dazu kann man eine Wertetabelle des Differenzenquotienten aufstellen, die immer weiter verfeinert wird. Oder man experimentiert in der Grafik des GTR, indem Tangenten an verschiedenen Stellen an die Funktion gelegt werden. Mit diesem Ansatz kann in einem DGS auch der Graph der Ableitungsfunktion als Ortskurve gewonnen werden.*

Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich automatisch, dass für die Eulersche Zahl als Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

<ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen</li> <li>• ... grafischen Messen von Steigungen</li> <li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus</li> <li>• nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> </ul>	<p>Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis <math>e</math> zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.</p> <p>Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Modellieren (nicht nur) mit Exponentialfunktionen (Q-LK-A6)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum</li> <li>• bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen</li> <li>• ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sach-</li> </ul>	<p>Als Beispiel für eine Summenfunktion eignet sich die Modellierung einer Kettenlinie. An mindestens einem Beispiel wird auch ein beschränktes Wachstum untersucht.</p> <p>An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet.</p> <p>Auch in diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.</p> <p>Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionenklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.</p> <p>Vernetzungsmöglichkeiten mit der Stochastik sollten aufgegriffen werden (z. B. Gaußsche Glockenkurve – sofern zu diesem Zeitpunkt bereits behandelt).</p>

situationen zu (*Mathematisieren*)

- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

#### 4.2.3.2 Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

### Thema: Beschreibung von Bewegungen und Schattenwurf mit Geraden (Q-LK-G1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>• interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. <i>Eine Vertiefung kann darin bestehen, den Betrag der Geschwindigkeit mittels einer Funktion zu variieren.</i></p> <p>In jedem Fall soll der Unterschied zwischen einer Geraden als Punktmenge (hier die Flugbahn) und einer Parametrisierung dieser Punktmenge als Funktion (von der Parametermenge in den Raum) herausgearbeitet werden.</p> <p>Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Strahlen und Strecken einbezogen. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen. Solche Darstellungen sollten geübt werden.</p> <p>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann. Inhaltlich schließt die Behandlung von Schrägbildern an das Thema E-G1 an.</p>

<p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... grafischen Darstellen von Ortsvektoren, Vektorsummen und Geraden</li> <li>• ... Darstellen von Objekten im Raum</li> </ul>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**Thema: Die Welt vermessen – das Skalarprodukt und seine ersten Anwendungen (Q-LK-G2)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten und Geraden [...]</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul>	<p>Das Skalarprodukt kann zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt werden. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt.</p> <p>Anknüpfend an das Thema E-G2 werden Eigenschaften von Dreiecken und Vierecken auch mithilfe des Skalarproduktes untersucht. Dabei bieten sich vorrangig Problemlöseaufgaben an.</p> <p><i>Ein Vergleich von Lösungswegen mit und ohne Skalarprodukt kann im Einzelfall dahinterliegende Sätze transparent machen wie z. B. die Äquivalenz der zum Nachweis einer Raute benutzten Bedingungen <math>(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0</math> und <math>(\vec{a})^2 = (\vec{b})^2</math> für die Seitenvektoren <math>\vec{a}</math> und <math>\vec{b}</math> eines Parallelogramms.</i></p> <p>In Anwendungskontexten (z. B. Vorbeiflug eines Flugzeugs an einem Hindernis unter Einhaltung eines Sicherheitsabstandes) wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann. Hierbei werden unterschiedliche Lösungswege zugelassen und verglichen. Eine Vernetzung mit Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung bietet sich an.</p>

**Thema:** Ebenen als Lösungsmengen von linearen Gleichungen und ihre Beschreibung durch Parameter (Q-LK-G3)

**Zu entwickelnde Kompetenzen**

**Inhaltsbezogene Kompetenzen:**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar
- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

**Kommunizieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*Produzieren*)

**Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen**

Im Sinne verstärkt wissenschaftspropädeutischen Arbeitens wird folgender anspruchsvoller, an Q-LK-G2 anknüpfender Weg vorgeschlagen:

Betrachtet wird die Gleichung:  $\vec{u} \cdot (\vec{x} - \vec{a}) = 0$ . Durch systematisches Probieren oder Betrachten von Spezialfällen ( $\vec{a} = 0$ ) wird die Lösungsmenge geometrisch als Ebene gedeutet.

Die unterschiedlichen Darstellungsformen dieser Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Koordinatenform, Achsenabschnittsform, Hesse-Normalenform als Sonderformen der Normalenform) können in einem Gruppenpuzzle gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt werden. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Die Achsenabschnittsform erleichtert es, Ebenen zeichnerisch darzustellen. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen kann eine räumliche Geometriesoftware verwendet werden.

Als weitere Darstellungsform wird nun die Parameterform der Ebenengleichung entwickelt. Als Einstiegskontext dient eine Dachkonstruktion mit Sparren und Querlatten. Diese bildet ein schiefwinkliges Koordinatensystem in der Ebene. Damit wird die Idee der Koordinatisierung aus dem Thema E-G2 wieder aufgegriffen. Durch Einschränkung des Definitionsbereichs werden Parallelogramme und Dreiecke beschrieben. So können auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden.

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems oder des Kreuzproduktes bestimmt.

**Thema: Lagebeziehungen und Abstandsprobleme bei geradlinig bewegten Objekten (Q-LK-G4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext</li> <li>untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden [...]</li> <li>berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Argumentieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>)</li> <li>stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (<i>Begründen</i>)</li> <li>nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)</li> <li>berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>)</li> <li>überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in ange-</li> </ul>	<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.</p> <p>Als ein Kontext kann die Modellierung von Flugbahnen (Kondensstreifen) aus Thema Q-LK-G1 wieder aufgenommen werden, insbesondere mit dem Ziel, die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten im Unterschied zur Abstandsberechnung zwischen den Flugbahnen zu vertiefen. Hier bietet sich wiederum eine Vernetzung mit den Verfahren der Analysis zur Abstandsminimierung an.</p> <p>Die Berechnung des Abstandes zweier Flugbahnen kann für den Vergleich unterschiedlicher Lösungsvarianten genutzt werden. Dabei wird unterschieden, ob die Lotfußpunkte der kürzesten Verbindungsstrecke mitberechnet werden oder nachträglich aus dem Abstand bestimmt werden müssen.</p> <p>In der Rückschau sollten die Schüler nun einen Algorithmus entwickeln, um über die Lagebeziehung zweier Geraden zu entscheiden. Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Die Schülerinnen und Schüler können selbst solche Darstellungen entwickeln, auf Lernplakaten dokumentieren, präsentieren, vergleichen und in ihrer Brauchbarkeit beurteilen. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollten nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden.</p>

<p>messenem Umfang (<i>Produzieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>)</li> </ul>	
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**Thema: Untersuchungen an Polyedern (Q-LK-G5)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar</li> <li>• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme</li> <li>• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an</li> <li>• interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>• berechnen (Schnittpunkte von Geraden sowie) Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b></p>	<p>Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.. Auch hier wird eine räumliche Geometriesoftware eingesetzt. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G2 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.</p> <p>Abstände von Punkten zu Geraden (Q-LK-G2) und zu Ebenen (Q-LK-G3) ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsrechnung zwischen Geraden (erst in Q-LK-G5) müssen weitere Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden.</p> <p>Das Gauß-Verfahren soll im Zusammenhang mit der Berechnung von Schnittfiguren oder bei der Konstruktion regelmäßiger Polyeder vertieft werden. Weiter bietet der Einsatz des GTR Anlass, z. B. über die Interpre-</p>

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)

**Werkzeuge nutzen**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum  
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen  
... Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen

tation der trigonalisierten Koeffizientenmatrix die Dimension des Lösungsraumes zu untersuchen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung und der algebraischen Formalisierung soll stets deutlich werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

**Thema: Strategieentwicklung bei geometrischen Problemsituationen und Beweisaufgaben (Q-LK-G6)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Geraden in Parameterform dar</li> <li>• stellen Ebenen in Koordinaten- und in Parameterform dar</li> <li>• stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar</li> <li>• untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und zwischen Geraden und Ebenen</li> <li>• berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext</li> <li>• untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)</li> <li>• stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum</li> <li>• bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</li> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p>	<p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen, jedoch steht dieser Teil der Lösung hier eher im Hintergrund und soll sogar bei aufwändigeren Problemen bewusst ausgeklammert werden.</p> <p>Bei Beweisaufgaben sollen die Schülerinnen und Schüler Formalisierungen in Vektorschreibweise rezipieren und ggf. selbst vornehmen. Dabei spielt auch die Entdeckung einer Gesetzmäßigkeit – ggf. mit Hilfe von DGS – eine Rolle.</p> <p>Die erworbenen Kompetenzen im Problemlösen sollen auch in Aufgaben zum Einsatz kommen, die einen Kontextbezug enthalten, so dass dieses Unterrichtsvorhaben auch unmittelbar zur Abiturvorbereitung überleitet bzw. zum Zweck der Abiturvorbereitung noch einmal wiederaufgenommen werden soll.</p>

*Die Schülerinnen und Schüler*

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Verallgemeinern) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*Reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*Reflektieren*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

### 4.2.3.3 Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen</i> (Q-LK-S1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben</li> <li>• erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul>	<p>Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt.</p> <p>Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.</p>

**Thema: Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente</li> <li>• erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum           <ul style="list-style-type: none"> <li>... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li> <li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Zur formalen Herleitung der Binomialverteilung und der Binomialkoeffizienten bieten sich das Galtonbrett bzw. seine Simulation und die Betrachtung von Multiple-Choice-Tests an.</p> <p>Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modelumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).</p> <p><i>Hinweis: Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i></p>

**Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung</li> <li>• bestimmen den Erwartungswert <math>\mu</math> und die Standardabweichung <math>\sigma</math> von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen</li> <li>• nutzen die <math>\sigma</math>-Regeln für prognostische Aussagen</li> <li>• nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Problemlösen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>)</li> <li>• interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (<i>Reflektieren</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel <math>\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}</math>.</p> <p>Das Konzept der <math>\sigma</math>-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das <math>\frac{1}{\sqrt{n}}</math>-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen grafikfähige Taschenrechner und Tabellenkalkulationen [...]</li> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum           <ul style="list-style-type: none"> <li>... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen</li> <li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> <li>... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)</li> <li>... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen</li> </ul> </li> </ul>	
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

**Thema: Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)**

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion</li> <li>• untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen</li> <li>• beschreiben den Einfluss der Parameter <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b> <b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender)</li> </ul>	<p>Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.</p> <p>Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird. <i>Ergänzung für leistungsfähige Kurse:</i> Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.</p> <p>Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern <math>\mu</math> und <math>\sigma</math> zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.</p> <p>Da auf dem GTR die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als</p>

<p>Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Problemlösen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>)</li> <li>• entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>)</li> <li>• wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>)</li> </ul> <p><b>Werkzeuge nutzen</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum           <ul style="list-style-type: none"> <li>... Generieren von Zufallszahlen</li> <li>... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen</li> <li>... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen</li> <li>... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen</li> </ul> </li> <li>• nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen</li> <li>• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen</li> <li>• reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge</li> </ul>	<p>Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe des GTR.</p> <p>Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

**Thema: Signifikant und relevant? – Testen von Hypothesen (Q-LK-S5)**

<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das</li> </ul>	<p>Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten.</p>

<p>Erkenntnisinteresse</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art</li> </ul> <p><b>Prozessbezogene Kompetenzen:</b></p> <p><b>Modellieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>)</li> <li>• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>)</li> <li>• beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)</li> </ul> <p><b>Kommunizieren</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (<i>Rezipieren</i>)</li> <li>• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>)</li> <li>• führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (<i>Diskutieren</i>)</li> </ul>	<p>Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen, z. B. Häufungen von Krankheitsfällen in bestimmten Regionen oder alltäglichen empirischen Phänomenen (z. B. Umfrageergebnisse aus dem Lokalteil der Zeitung) entwickelt werden, sie wird abschließend in einem ‚Testturm‘ visualisiert.</p> <p>Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?</li> <li>- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?</li> </ul> <p>Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<b>Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-LK-S6)</b>	
<b>Zu entwickelnde Kompetenzen</b>	<b>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</b>
<p><b>Inhaltsbezogene Kompetenzen:</b> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren</li> </ul>	<p><i>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra</i></p>

und stochastischen Übergangsmatrizen

- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

**Prozessbezogene Kompetenzen:**

**Modellieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (Strukturieren)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (Mathematisieren)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (Mathematisieren)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (Validieren)

**Argumentieren**

*Die Schülerinnen und Schüler*

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

(Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Der Auftrag an Schülerinnen und Schüler, einen stochastischen Prozess graphisch darzustellen, führt in der Regel zur Erstellung eines Baumdiagramms, dessen erste Stufe den Ausgangszustand beschreibt. Im Zusammenhang mit der Interpretation der Pfadregeln als Gleichungssystem können sie daraus die Matrix-Vektor-Darstellung des Prozesses entwickeln.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung, absorbierender Zustand). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

### 4.3 Lehr- und Lernmittel in den einzelnen Jahrgangsstufen

Jgst.	Schulbuch	Verbindliche Arbeitsmittel	Arbeitsmittel zum selbstgesteuerten Lernen	Weitere Lernsoftware/ Arbeitsmittel
5	Klett LS 5	Geodreieck, Zirkel Regelheft führen <sup>16</sup>	Stationenlernen: Größen	Lernprogramm zum Buch zur individ. Förderung, einfacher TR (s. Lehrbuch) Training mit Excelübungsblättern: 1mal1; Addition und Subtraktion in Z
6	Klett LS 6	Geodreieck, Zirkel, Excel Regelheft führen(vgl. Fußnote 16)	Lernprogramm Geometrie: Willi Winkel Stationenlernen: Erlernen und Verwenden des Hauptnenners	Lernprogramm zum Buch zur individ. Förderung, einfacher TR (s. Lehrbuch) Training mit Excelübungsblättern: Division von Dezimalzahlen; ggT
7	Klett LS 7	Einfacher TR (vgl. Lehrplan), Geodreieck, Zirkel, Excel, Geogebra	Stationenlernen: Prozentrechnung	Lernprogramm zum Buch zur individ. Förderung
8	Klett LS 8	TI nspire cx: Anschaffung durch die Eltern koordiniert durch die Schule Geodreieck, Zirkel	Stationenlernen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lineare Funktionen</li> <li>• Reelle Zahlen</li> </ul>	Lernprogramm zum Buch zur individ. Förderung
9	Klett LS 9	TI nspire cx, Geodreieck, Zirkel	Stationenlernen: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Satzgruppe des Pythagoras</li> <li>• quadratische Gleichungen</li> </ul>	Lernprogramm zum Buch zur individ. Förderung
EF	Klett LS Einführungsphase	TI nspire cx, Formelsammlung, Geodreieck, Zirkel	Stationenlernen: Ganzrationale Funktionen	Software Vectoris 3D
Q1	Klett LS Qualifikationsphase <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundkurs</li> <li>• Grundkurs/Leistungskurs</li> </ul>	TI nspire cx, Formelsammlung, Geodreieck, Zirkel		Software Vectoris 3D
Q2	Klett LS Qualifikationsphase <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grundkurs</li> <li>• Grundkurs/Leistungskurs</li> </ul>	TI nspire cx, Formelsammlung, Geodreieck, Zirkel		Software Vectoris 3D

Das Schulbuch in den Klassen 5 bis 9 wird am Anfang des Schuljahres ausgegeben, verbleibt bei den Schülern daheim und wird am Ende des Schuljahres wieder eingesammelt. Zur Arbeit in der Schule werden ca. 20 Exemplare im Klassenraum und ca. 8 Exemplare jeweils in den Hausaufgabenräumen deponiert.

<sup>16</sup> Beschluss der FK vom 25.01.2007

## 5 Qualitätssicherung und Evaluation

### Evaluation des schulinternen Curriculums

Das schulinterne Curriculum stellt keine starre Größe dar, sondern ist als „lebendes Dokument“ zu betrachten. Dementsprechend werden die Inhalte stetig überprüft, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachkonferenz trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches Mathematik bei.

Die Evaluation erfolgt jährlich. Zu Schuljahresbeginn werden die Erfahrungen des vergangenen Schuljahres in der Fachschaft gesammelt, bewertet und eventuell notwendige Konsequenzen und Handlungsschwerpunkte formuliert.

Die Fachschaft bespricht jährlich die Korrektur einer Klausur oder Klassenarbeit gemeinsam.

### Fachgruppenarbeit

Die folgende Checkliste dient dazu, den Ist-Zustand bzw. auch Handlungsbedarf in der fachlichen Arbeit festzustellen und zu dokumentieren, Beschlüsse der Fachkonferenz zur Fachgruppenarbeit in übersichtlicher Form festzuhalten sowie die Durchführung der Beschlüsse zu kontrollieren und zu reflektieren. Die Liste wird regelmäßig überarbeitet und angepasst. Sie dient auch dazu, Handlungsschwerpunkte für die Fachgruppe zu identifizieren und abzusprechen.

<b>Bedingungen und Planungen der Fachgruppenarbeit</b>	<b>Ist-Zustand Auffälligkeiten</b>	<b>Änderungen/ Konsequenzen/ Perspektivplanung</b>	<b>Wer (Verantwortlich)</b>	<b>Bis wann (Zeitraumen)</b>
<b>Funktionen</b>				
Fachvorsitz			Klingenberg	31.07.2016
Stellvertretung			Pöpping	31.07.2016
Taschenrechner	TI-Nspire	TI-84+ auslaufend mit Abi 2018	Schulte	
SAMMS	jährlich		Stadlbauer	

Känguru-Wettbewerb		Verbindlich für Klassen 5 und 6, sonst freiwillig		Schäper Unterstützung Kammann	
Mathematik-Olympiade		geöffnet für alle Klassen Fokus auf Klassen 5 und 6		Gouterney Schulte	
Fächerverbindendes Projekt		Römer (römische Zahlen)	ab 2015/16	Lehrkräfte Klasse 6	
Sonstige Funktionen					
<b>Ressourcen</b>					
personell	Fachlehrkräfte	16			
	fachfremd	1			
	davon Schulleitung	2			
	Vollzeitkräfte ohne Schulleitung	5			
	Lerngruppen	ca. 3 pro Jahrgang 4 GK (EF) 2LK+2GK (Q)			
	Lerngruppengröße	akzeptabel			
räumlich	Fachräume	---			
	Bibliothek	ja			
	Computerräume	2			
	Raum für Fachteamarbeit				
	Materialraum	Lehrerzimmer			
materiell/ sachlich	Lehrwerke	Lambacher Schweizer			
	Fachzeitschriften				
	Ausstattung mit Aufgabenmaterial	gut			
	Sonstige Ausstattung				

zeitlich	Abstände Fachteamarbeit				
	Dauer Fachteamarbeit				
<b>Leistungsbewertung/Grundsätze</b>					
sonstige Mitarbeit		Bewertungsraster			
<b>Arbeitsschwerpunkt(e) SE</b>					
<b>fachintern</b>					
- kurzfristig (Halbjahr)		Interne Lehrpläne			
- mittelfristig (Schuljahr)					
- langfristig		neues Abiturformat			
<b>fachübergreifend</b>					
- kurzfristig					
- mittelfristig					
- langfristig					
...					
<b>Fortbildung</b>					
<b>Fachspezifischer Bedarf</b>					
- kurzfristig					
- mittelfristig					
- langfristig					
<b>Fachübergreifender Bedarf</b>					
- kurzfristig					
- mittelfristig					
- langfristig					
...					